

## CAPITULO XV – Filtros Activos:

### XV.1. - INTRODUCCIÓN:

El filtro electrónico es un importante elemento de desarrollo tanto de los sistemas de telecomunicaciones como en los de instrumentación, entre otros. Existe toda una teoría de diseño que es abordada detalladamente en las asignaturas específicas, de modo que en el presente trabajo nos concentraremos en una selección de temas que son solo una mera introducción a este campo.

La tecnología más antigua para construir filtros hace uso de inductores y condensadores (L y C) y los circuitos resultantes se denominan Filtros LC Pasivos, circuitos éstos que funcionan adecuadamente en frecuencias superiores al rango de Medias Frecuencias (MF), es decir desde unos 300 KHz. hacia arriba. Pero en aplicaciones de más bajas frecuencias (digamos hasta unos 100 KHz) los valores de inductancia de los inductores que se requieren son relativamente grandes (del orden de los Hy) dando como resultados componentes L muy voluminosos, pesados y costosos y sus características se apartan bastante de las que son consideradas ideales. Además resulta poco menos que imposible integrar inductores en forma monolítica.

Por ello es que siempre ha habido considerable interés para hallar construcciones de filtros que no requiriesen la utilización de inductores, resultando como consecuencia diversos tipos de filtros sin inductor de los cuales nos ocuparemos solo de aquellos que se conocen como Filtros RC Activos. Aunque como veremos algunas veces para una mejor comprensión de éstos debemos rever los conceptos fundamentales de otro tipo de circuitos de filtros.

Los filtros RC activos utilizan Op.Amp. en combinación con redes de realimentación RC utilizando tecnologías discretas en tanto que en la actualidad resulta viable construir filtros monolíticos totalmente integrados apelando a la técnica del condensador conmutado, técnica esta última que al estado actual de la tecnología se encuentra en pleno desarrollo y que contemplamos como último tópico en el presente Capítulo.

### XV.2.- FUNCIONES O TIPOS DE FILTROS – TRANSFERENCIA DE UN FILTRO:

Los circuitos de filtro que seguidamente pasaremos a estudiar son circuitos lineales que se pueden representar mediante un cuadripolo, por tal motivo con dicho objetivo podrán aplicarse todos los conceptos relacionados con la teoría de los cuadripolos lineales, en particular con sus funciones transferencia, tanto en el dominio de la frecuencia compleja “s” (polos y ceros) como en el dominio armónico a través de los diagramas de BODE fundamentalmente de amplitud (de dicha transferencia) y también de fase.

La diferencia respecto a lo visto hasta aquí es que mientras en los cuadripolos amplificadores siempre se ha intentado amplificar en igual magnitud la mayor parte del espectro de frecuencias de la señal útil o información, en los filtros por el contrario y dado su función específica, deben transferirse en igual magnitud aquellas señales cuyo espectro de frecuencias esté comprendido solo dentro de una banda especificada, denominada por tal motivo Banda Pasante y simultáneamente detenerse o por lo menos transferirse mucho más atenuadamente aquellas señales cuyo espectro de frecuencias cae fuera de dicha banda pasante. A la porción del espectro de frecuencias en las que se incluyen a las señales que deben detenerse se la denomina Banda Suprimida.

Es decir que estos circuitos filtro tienen idealmente una banda (o bandas) de frecuencias dentro de la cual (o cuales) el módulo de la transferencia del mismo es unitario (Banda o bandas Pasante/s del filtro) y una banda (o bandas) de frecuencias sobre las cuales dicho módulo de la transferencia del circuito es nulo (la Banda o bandas Suprimida/s del filtro). De acuerdo con lo precedente, los cuatro tipos principales de circuitos filtro deben cumplir con las funciones que se hallan implícitas en las curvas de respuesta en frecuencia en amplitud que se describen en los gráficos de la figura XV.1. para los filtros denominados Pasa Bajos y Pasa Altos así como en la figura XV.2. para los llamados filtros Pasa Banda y Elimina Banda.

Tales curvas de respuesta en frecuencia correspondiente a los cuatro tipos fundamentales de circuitos filtro se ha dicho son ideales; ya que expresan un valor constante e igual a 1 en la transmisión dentro de toda la banda pasante, describen también un valor constante e igual a 0 en la totalidad de la/s banda/s suprimida/s y finalmente también por que proponen que la función transferencia pueda tener varios y diferentes valores finitos (en los extremos 1 y 0) a una misma frecuencia, características éstas que no se corresponden con ninguna configuración circuital práctica o físicamente realizable.

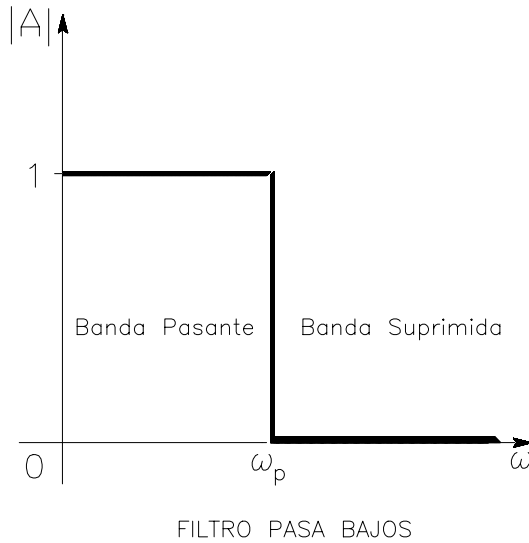


Figura XV.1.

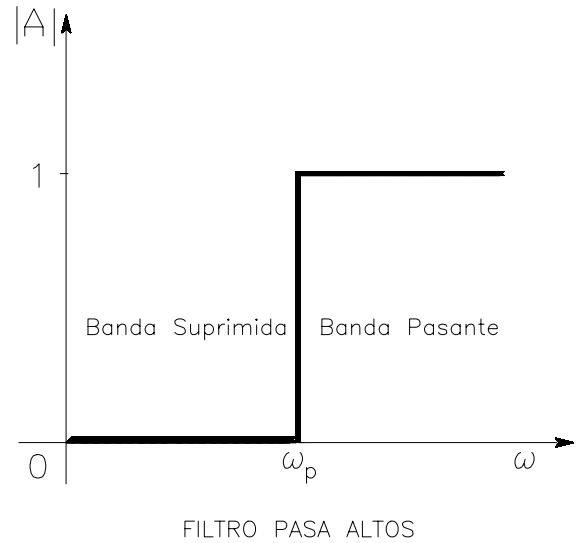


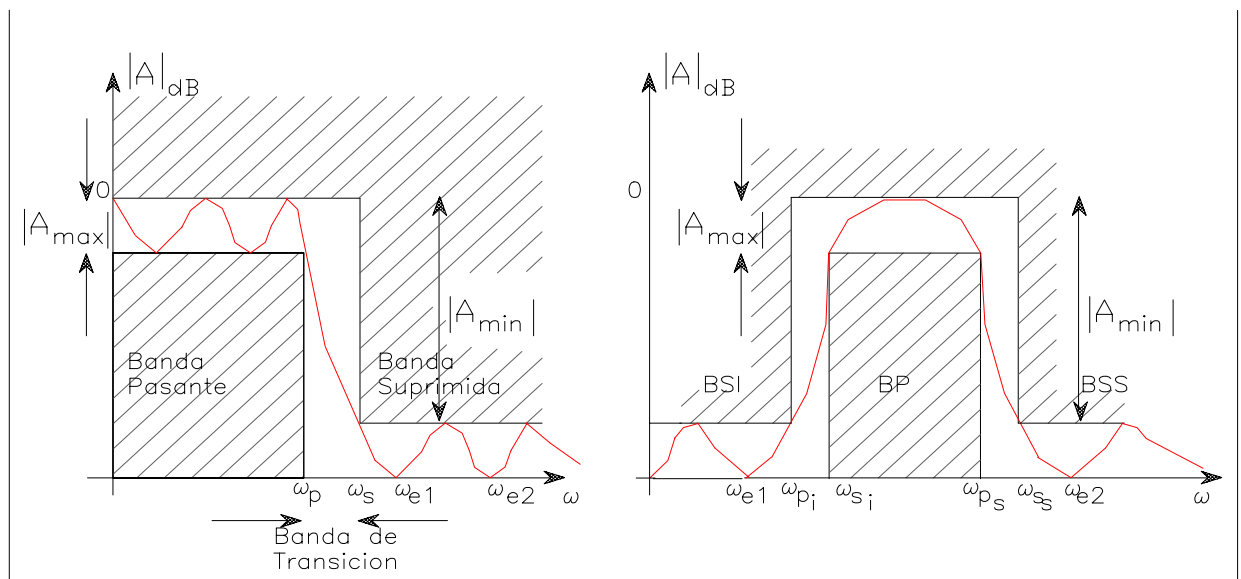
Figura XV.2.

XV..2.1- Especificaciones de un Filtro:

El proceso de diseño de un circuito filtro, como para cualquier otro tipo de circuito electrónico, comienza por una adecuada interpretación de las especificaciones que mejor puedan describir las funciones de dicho circuito filtro práctico.

Al respecto, ya hemos dicho que las características de transferencia con cambio abrupto registrado en un intervalo de frecuencias despreciable no puede ser concretado por ningún tipo de circuito físicamente realizable. En la figura XV.3. en cambio se representa una “mascarilla” o área no sombreada, dentro del plano representativo de la respuesta en frecuencias, correspondiente a un filtro tipo pasa bajo que hemos escogido como ejemplo.

En dicha figura XV.3.a. puede apreciarse asimismo que tal mascarilla prevé que tanto dentro de la banda pasante como de la banda suprimida el valor del módulo de la transferencia pueda variar dentro de las franjas no sombreadas. El ancho de dicha franja no sombreada define la desviación o lo que se tolera que dicho módulo de la transferencia pueda disminuir por debajo de 1 (en veces) o 0 dB dentro de la banda pasante, parámetro éste que hemos llamado  $A_{MAX}$ .



a) Filtro Pasa Bajos

b) Filtro Pasa Banda

Figura XV.3.

Esta tolerancia o desviación admitida tiene el mismo carácter que el error que toleramos en el módulo de la ganancia cuando definimos el ancho de banda de un amplificador e inclusive puede llegar a respetar el mismo valor de 3 dB o menos.

En la misma figura XV.3.a. se observa asimismo que a la atenuación con que el filtro debe detener a la banda suprimida, a menos de la franja de tolerancia se la denomina  $A_{MIN}$  estando sus valores típicos comprendidos entre unos 20 y unos 100 dB .

Volviendo a la imposibilidad del filtro práctico de concretar el cambio abrupto, la franja de tolerancia proyectada sobre el eje de frecuencias o pulsaciones da lugar a una banda de transición y ello permite identificar a las pulsaciones  $\omega_p$  y  $\omega_s$  como indicativos de los bordes o límites de la banda pasante y la banda suprimida, respectivamente. En relación con ellas y aportando una forma de cuantificar el ancho de dicha banda de transición que define la característica de selectividad del filtro, al cociente  $(\omega_p / \omega_s)$  se lo define como Factor de Selectividad.

Resumiendo: 1) Borde de la Banda Pasante:  $\omega_p$  ; 2) Máxima variación permitida en transmisión dentro de la banda pasante:  $A_{MAX}$  ; 3) Borde de la Banda Suprimida:  $\omega_s$  ; 4) Atenuación mínima de la banda suprimida:  $A_{MIN}$  , son las especificaciones mínimas que permiten describir las funciones de un circuito filtro. Cuanto más estrechas sean las especificaciones de un filtro, lo que significa menor  $A_{MAX}$  , más alta sea la atenuación  $A_{MIN}$  y un Factor de Selectividad más próximo a la unidad, la respuesta del filtro real será tanto más cercana a la del filtro ideal y el circuito resultante debe ser de orden más alto y por lo tanto más complejo y más costoso.

Al margen de todo lo precedente corresponde aclarar que no se trató hasta aquí y en absoluto a la curva de respuesta en frecuencia de la fase de la transferencia del filtro, que en algunas aplicaciones, afortunadamente no las más comunes, se constituye en una característica que también debe ser tenida en cuenta en el diseño del filtro y por lo tanto especificarse, lo cual hace que este estudio se torne todavía mucho más dificultoso de abordar. Por lo común, en la mayor parte de las aplicaciones no resulta imprescindible manejarse tal característica de fase de la referida transferencia.

Una vez que se haya tomado la decisión sobre las especificaciones que ha de respetar el filtro, el paso siguiente es encontrar la función transferencia cuyo módulo satisfaga dichas especificaciones. Al respecto, en la figura XV.3.a. se ha trazado una curva representativa de la mencionada transferencia a título de ejemplo, curva que como se puede observar queda recluida dentro de la franja no sombreada de la ya nombrada “mascarilla”. Otro ejemplo que ilustra lo precedente puede observarse también en la gráfica de la figura XV.3.b.

En este último caso, correspondiente a un filtro tipo Pasa Banda que seleccionamos a título de ejemplo ilustrativo, ahora dentro de la banda pasante no se registra ninguna ondulación en la curva de transferencia, mientras que dicha transferencia posee ceros ubicados en las pulsaciones  $\omega_{e1}$  y  $\omega_{e2}$  , en el origen ( $\omega = 0$ ) y para  $\omega$  tendiendo a infinito.

XV.2.2.- Función Transferencia de un Filtro:

Recordemos que si la transferencia  $A(s)$  correspondiente a un circuito de filtro, se expresa como cociente de dos polinomios en “s”, tal como:

$$A(s) = \frac{a_M s^M + a_{M-1} s^{M-1} + \dots + a_1 s + a_0}{s^N + b_{N-1} s^{N-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (XV.1.)$$

el grado del polinomio denominador, es decir el número N es el Orden del Filtro y para que dicho circuito del filtro sea posible realizarlo mediante componentes reales, es decir se trate de un circuito práctico, en cuyo caso se dice que dicha transferencia sea físicamente realizable, la misma debe respetar ciertas características que pueden describirse en términos de las propiedades de las raíces de ambos polinomios, numerador y denominador, es decir de sus ceros y sus polos.

Tales propiedades se estudian exhaustivamente en los documentos que tratan sobre el diseño de filtros, de modo que en este trabajo describiremos algunas de ellas sin preocuparnos mucho sobre su justificación. Entre dichas características las más importantes son:

- a) para que el módulo de dicha transferencia no se haga infinito a medida que suba la frecuencia de trabajo, cuestión esta razonable si pensamos que se trata de un circuito filtro, o bien, desde otro ángulo para que tal circuito no sea inestable, el grado del polinomio numerador debe ser menor que el grado del polinomio denominador, es decir que debe satisfacerse que:  $M < N$
- b) Los coeficientes de ambos polinomios se pueden factorizar y expresar a la transferencia en función de sus ceros y sus polos, es decir:

$$A(s) = \frac{a_M (s - z_M) \cdot (s - z_{M-1}) \cdot \dots \cdot (s - z_2) \cdot (s - z_1)}{(s - p_N) \cdot (s - p_{N-1}) \cdot \dots \cdot (s - p_2) \cdot (s - p_1)} \quad (XV.2.)$$

en donde, cada cero o polo de la función transferencia puede ser un número real o un número complejo pero si éstos son números complejos, tal como se demostrara en el Capítulo XIV cuando se describen los criterios de estabilidad en términos del lugar de raíces, deben aparecer como pares conjugados y con su parte real negativa. De igual forma si los polos son números reales también deben ser negativos. En una palabra todos los polos de esta función transferencia deben ubicarse en el semiplano izquierdo si los representamos en el plano de la frecuencia compleja “s”.

- c) Dado que en la banda suprimida del filtro se requiere que la atenuación sea grande o idealmente infinito, ello significa que la transmisión en esa banda sea muy pequeña o cero, consecuencia de lo cual, los ceros de la función transferencia suelen ubicarse en el eje imaginario puro ( $j\omega$ ) y en frecuencias comprendidas dentro de dicha banda suprimida.

En el ejemplo del filtro pasa bajos cuya curva de transferencia se representara en la figura XV.3., la función dibujada dentro de la franja no sombreada posee ceros en las frecuencias correspondientes a  $\omega_{e1}$  y  $\omega_{e2}$ , razón por la cual dicha función transferencia debe tener ceros ubicados en  $+j\omega_{e1}$  y en  $+j\omega_{e2}$  pero como los mismos siempre vienen acompañados por sus correspondientes pares conjugados, también se tendrán otros dos ceros en las frecuencias correspondientes a  $-j\omega_{e1}$  y  $-j\omega_{e2}$ . Al mismo tiempo en la figura XV.3. también se puede constatar que  $A(s)$  se hace cero para “s” tendiendo a infinito por lo que dicha función tendrá también uno o más ceros para  $j\omega$  tendiendo a infinito.

La cantidad de ceros que una función transferencia tiene en  $j\omega$  tendiendo a infinito depende de, o mejor dicho, es igual a la diferencia entre los grados del polinomio denominador comparado con el grado del polinomio numerador, es decir  $N - M$ . Esto es así toda vez que a medida que “s” se aproxima a infinito, la transferencia se puede aproximar a la expresión:

$$\frac{a_M \cdot s^M}{s^N} = \frac{a_M}{s^{N-M}}$$

Volviendo a los polos de la función, si el número N es un número par entonces todos los polos de la función son pares complejos conjugados, en cambio si N es impar habrá además un polo de valor real y negativo, es decir ubicado en el semieje real negativo.

Teniendo en cuenta todas estas características descriptas para la curva de transferencia de la figura XV.3.a., la disposición típica que adoptan los ceros y los polos correspondientes a un filtro pasa bajos de orden quinto se ha

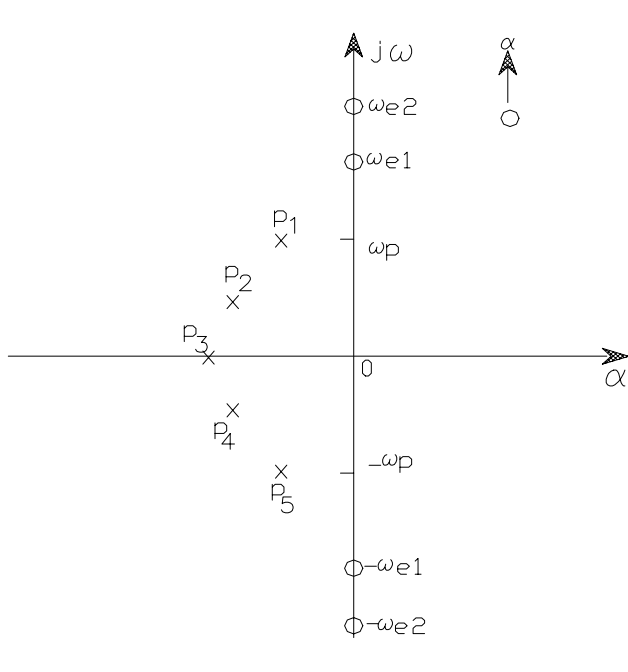


Figura XV.4.

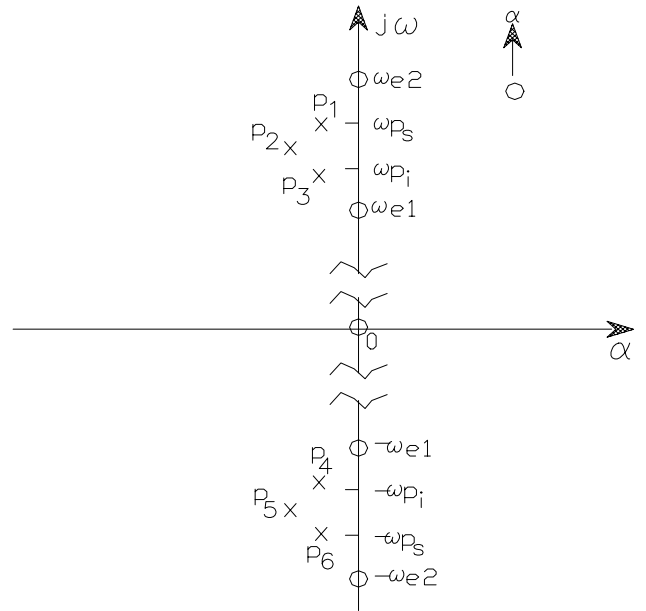


Figura XV.5.

Indicado en la representación del plano complejo “s” descrita en la figura XV.4. y su función transferencia por consecuencia es:

$$A(s) = \frac{a_4 (s + j\omega_{e1}) \cdot (s - j\omega_{e1}) \cdot (s + j\omega_{e2}) \cdot (s - j\omega_{e2})}{s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0} \quad (XV.3.)$$

o bien también:

$$A(s) = \frac{a_4 (s^2 + \omega_{e1}^2) \cdot (s^2 + \omega_{e2}^2)}{s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0} \quad (XV.3'.)$$

El otro ejemplo de función transferencia correspondiente a un filtro pasa banda cuya curva hemos representado en la figura XV.3.b. posee una distribución de polos y ceros típica tal como se representa en la figura XV.5. mas arriba indicada. Se desprende de la misma que la función transferencia posee ahora seis polos, es decir tres pares complejos conjugados y cinco ceros ubicados sobre el eje imaginario, incluyendo uno en el origen, más un cero para frecuencia tendiendo a infinito. En consecuencia en este caso, la función transferencia resulta ser la correspondiente a un filtro de orden sexto:

$$A(s) = \frac{a_5 \cdot s \cdot (s^2 + \omega_{e1}^2) \cdot (s^2 + \omega_{e2}^2)}{s^6 + b_5 s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0} \quad (XV.4.)$$

En ambos ejemplos, cuanto mayor sea el factor de selectividad de los filtros, más cercanos al eje imaginario se encuentran ubicados los polos de la función transferencia y por lo tanto una menor estabilidad se observará en el circuito.

A través de un tercer y último ejemplo para esta parte del desarrollo, consideraremos al filtro pasa bajos cuya curva de respuesta en frecuencia del módulo de su transferencia se representa en la figura XV.6. Observamos ahora que no existen ondulaciones dentro de la banda suprimida vale decir que no se observan valores finitos de frecuencia para las cuales la atenuación de dicha banda suprimida (superior) se haga infinito y por lo tanto su módulo de transferencia cero (es decir no hay ceros en frecuencias finitas), sino que esta se hace cero únicamente para frecuencias tendiendo a infinito.

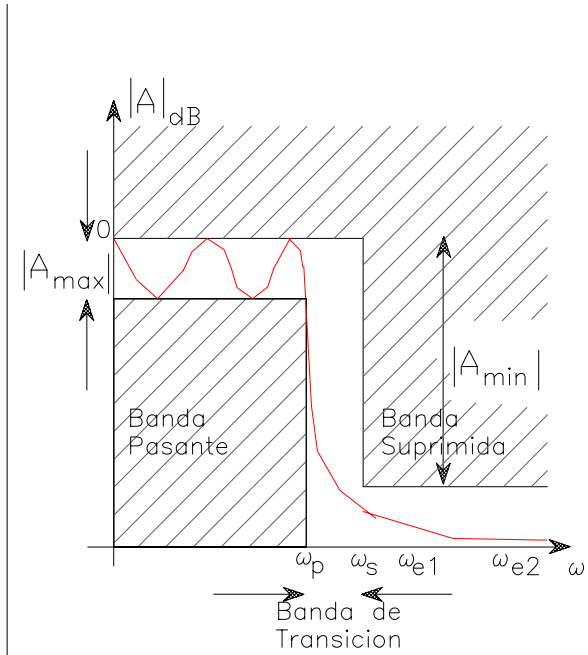


Figura XV.6.

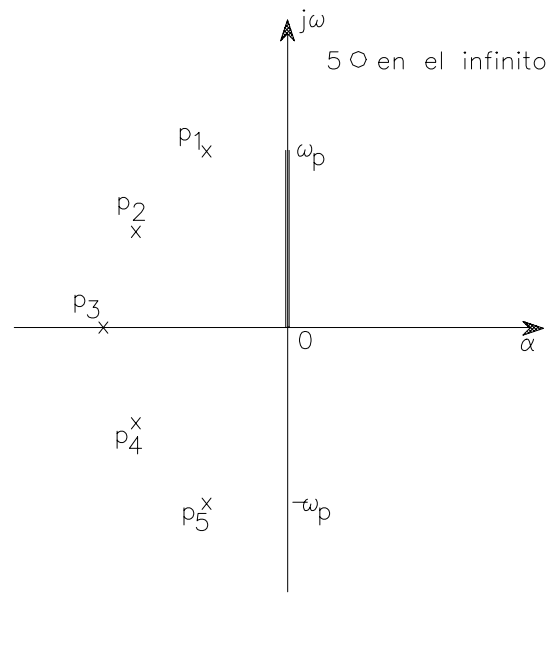


Figura XV.7.

Entonces es posible que todos los ceros de la función transferencia que corresponde a este caso estén ubicados para frecuencias tendiendo a infinito. Si este es el caso, tal función transferencia puede ser expresada como:

$$A(s) = \frac{a_M}{s^N + b_{N-1} s^{N-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (XV.5.)$$

y en donde el grado del polinomio denominador (N) puede determinarse sumando la cantidad máximos y mínimos (también llamados picos y valles) que la curva representativa del módulo de la transferencia describe dentro de la banda pasante, en este caso cinco. La disposición típica de polos y ceros para este ejemplo se transcribe en la representación del plano complejo “s” que se indica en la figura XV.7. que es la correspondiente a un Filtro Pasa Bajos Para Todo Polo de Orden Quinto.

XV.3.- FILTROS BUTTERWORTH Y CHEBYSHEV:

Se trata de dos funciones que se utilizan con frecuencia para aproximar las curvas características de respuesta en frecuencia en amplitud correspondientes a filtros pasa bajos.

Tienen la ventaja de que existen expresiones que permiten determinar en forma relativamente sencilla ciertos parámetros necesarios para el diseño de los circuitos filtro correspondientes, sin necesidad de utilizar ordenador o bien el empleo tablas de diseño. Sin embargo su utilidad queda restringida a aplicaciones que no demanden severas exigencias en el comportamiento del filtro.

Aún cuando en este trabajo, mediante estas funciones veremos el diseño de filtros pasa bajos, las mencionadas funciones de aproximación que presentaremos se pueden aplicar al diseño de otros tipos de filtro mediante el recurso de transformaciones de frecuencia.

XV.3.1.- El Filtro BUTTERWORTH:

En la figura XV.8. que se presenta más abajo, se ilustra una curva de respuesta en frecuencia del módulo correspondiente a la transferencia de un filtro BUTTERWORTH y se puede constatar que tal módulo  $[A]$  decrece en forma asintótica por lo que todos los ceros de dicha transferencia se ubican en frecuencias infinito, por lo que se puede calificar como filtro Pasa Bajos Para Todo Polo. Así, de este modo la función transferencia correspondiente a la respuesta de BUTTERWORTH para un orden “n” y con un borde de banda pasante en  $\omega_p$  resulta ser:

$$[A(j\omega)] = \frac{1}{\left(1 + \varepsilon^2 \cdot \frac{\omega^{2n}}{\omega_p^{2n}}\right)^{0.5}}$$

de modo que tal como se observa en la figura XV.8., para  $\omega = \omega_p$

$$[A(j\omega)] = \frac{1}{(1 + \varepsilon^2)^{0.5}} \quad \text{y en consecuencia} \quad \varepsilon = (10^{0.1 \cdot A_{\max}} - 1)^{0.5}$$

en tanto el orden “n” determina la planicidad y el grado de aproximación con respecto a la curva del filtro ideal, tal como se puede observar en la gráfica de la figura XV.9. y en atención a que en el borde de la banda suprimida la atenuación resulta:

$$[A(j\omega_s)]_{dB} = 20 \cdot \log \left[ 1 + \left(1 + \varepsilon^2 \cdot \frac{\omega_s^{2n}}{\omega_p^{2n}}\right)^{0.5} \right] = A_{\text{MIN}}$$

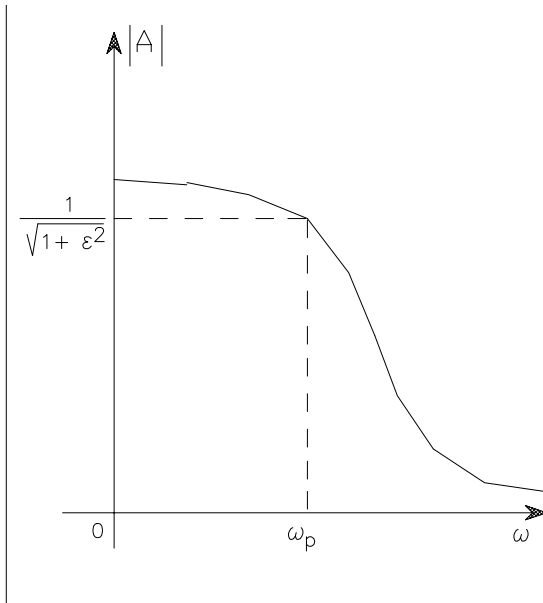


Figura XV.8.

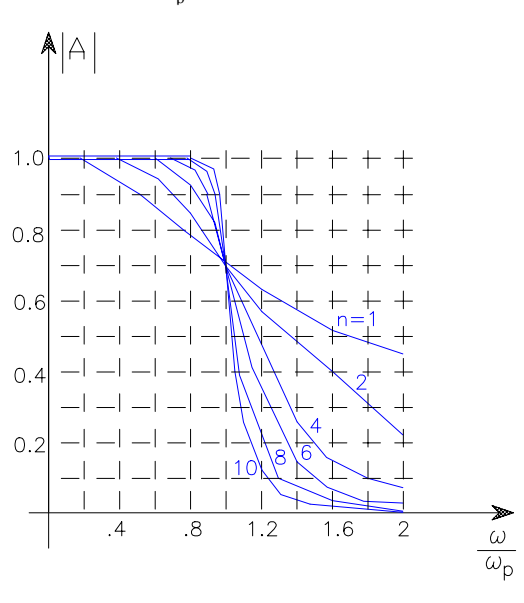


Figura XV.9.

Los polos de la función transferencia de un filtro BUTTERWORTH de orden enésimo se pueden determinar a partir de la construcción gráfica que se ilustra en la figura XV.10. Se observa allí que los polos de tal función se ubican sobre una circunferencia de radio:

$$\omega_p \cdot \varepsilon^{-1/n}$$

y están espaciados en ángulos iguales determinados por ángulos de valor  $(\pi/n)$ , en tanto que los más próximos al eje imaginario ( $j\omega$ ) forman un ángulo con respecto al mismo de valor  $(\pi/2n)$ .

La función transferencial para dichos filtros, llamando  $\omega_0$  a  $\omega_0 = \omega_p \cdot \epsilon^{-1/n}$  y con  $K$ , a la ganancia dentro de la banda pasante,:

$$A(s) = \frac{K \cdot \omega_0^n}{(s - p_1) \cdot (s - p_2) \dots (s - p_n)}$$

En la figura XV.11. se presentan como ejemplo las ubicaciones de los polos correspondientes a filtros BUTTERWORTH de segundo y de tercer orden.

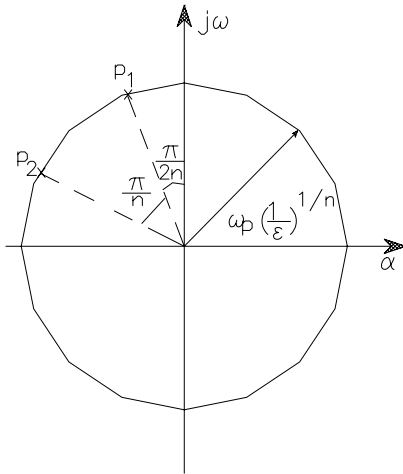


Figura XV.10.

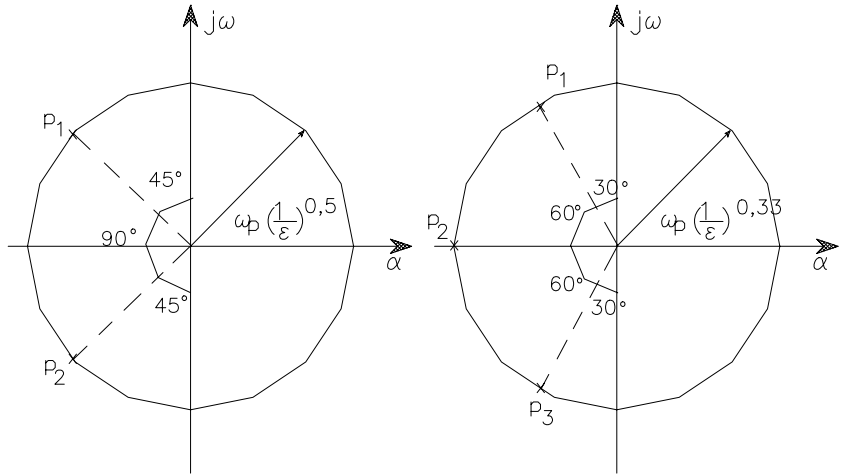


Figura XV.11.

XV.3.2.- El Filtro CHEBYSHEV:

En las curvas de respuesta indicadas en las figuras XV.12. y XV.13. se presentan dos funciones transferenciales en amplitud que corresponden a filtros CHEBYSHEV de orden 4 y de orden 5 respectivamente:

La diferencia respecto a los filtros BUTTERWORTH es que ahora estas funciones presentan ondulaciones comprendidas dentro de la desviación tolerada:

$$A_{MAX} = 20 \cdot \log (1 + \epsilon^2)^{0,5}$$

dentro de la banda pasante. Mientras en el filtro de orden impar  $[A(\omega = 0)] = 1$  en los de orden par resulta  $[A(\omega = 0)] = -20 \log (1 + \epsilon^2)^{0,5}$ .

En ambos casos el número de máximos y mínimos dentro de la banda pasante es igual al orden del filtro: "n". Todos los ceros del filtro CHEBYSHEV están en frecuencias infinito, de modo que también se lo clasifica como un Filtro Pasa Bajo Para Todo Polo ya que su transferencia tiende asintóticamente a cero. Dentro de la Banda Pasante:

$$[A(j\omega)] = \frac{1}{\{1 + \epsilon^2 \cdot \cos^2 [n \cdot \cos^{-1}(\omega / \omega_p)]\}^{0,5}} \quad \text{para } \omega < \text{o igual a } \omega_p$$

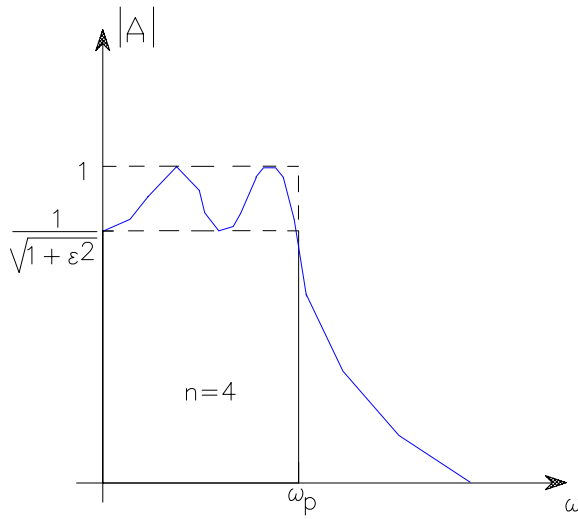


Figura XV.12.

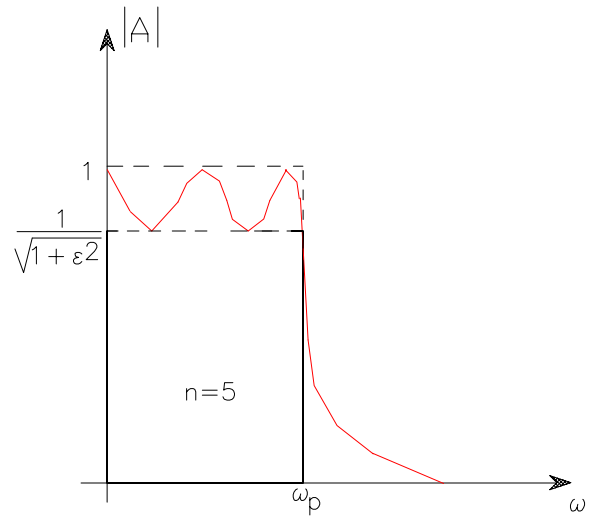


Figura XV.13.

mientras que fuera de ella:

$$|A(j\omega)| = \frac{1}{\{1 + \varepsilon^2 \cdot \cosh^2 [n \cdot \cosh^{-1}(\omega / \omega_p)]\}^{0.5}} \quad \text{para } \omega > \text{ o igual a } \omega_p$$

Resumiendo, el parámetro  $\varepsilon$  que determina la amplitud de la ondulación dentro de la banda pasante es

$$A_{MAX} = 10 \cdot \log (1 + \varepsilon^2)^{0.5} \quad \text{o bien} \quad \varepsilon = (10^{0.1 \cdot A_{MAX}} - 1)^{0.5}$$

mientras que la atenuación alcanzada en el borde de la banda suprimida resulta:

$$A_{MIN} = 10 \cdot \log \{1 + \varepsilon^2 \cdot \cosh^2 [n \cdot \cosh^{-1}(\omega / \omega_p)]\}$$

Con ayuda de calculadora se puede determinar el orden “n” necesario para obtener una atenuación  $A_{MIN}$  determinada, así como el número “n” entero que produzca tal característica.

Como en el caso del filtro BUTTERWORTH al aumentar el orden “n” de un filtro CHEBYSHEV su función módulo de la transferencia se aproxima a la respuesta ideal del filtro pasa bajos de respuesta abrupta.

Los polos del filtro CHEBYSHEV se pueden determinar por la expresión:

$$p_k = -\omega_p \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot K - 1}{n} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sinh\left(\frac{1}{n} \cdot \sinh^{-1} \frac{1}{\varepsilon}\right) + j\omega_p \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot K - 1}{n} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cosh\left(\frac{1}{n} \cdot \sinh^{-1} \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

con  $K = 1, 2, 3, \dots, n$ , con lo que finalmente la función transferencia para el filtro CHEBYSHEV resulta ser:

$$A(s) = \frac{K \cdot \omega_0^n}{\varepsilon \cdot 2^{n-1} \cdot (s - p_1) \cdot (s - p_2) \cdot \dots \cdot (s - p_n)}$$

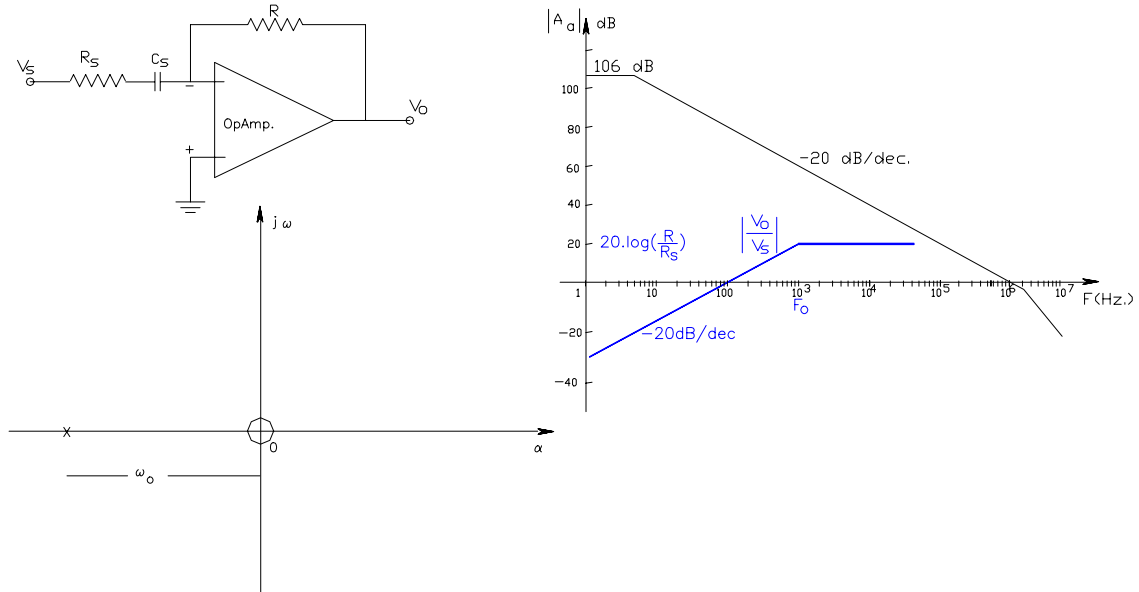
El filtro CHEBYSHEV permite obtener una aproximación más eficiente al filtro ideal que lo que se consigue con el filtro BUTTERWORTH para igual orden y para una misma desviación  $A_{MAX}$ .

XV.4.- FUNCIONES DE FILTROS DE PRIMER Y SEGUNDO ORDEN:

Las funciones de filtros de primer orden corresponden por ejemplo a los circuitos operacional derivador y al circuito operacional integrador tal como se han estudiado precedentemente y que se resumen a continuación:

a) Circuito Operacional Derivador - Filtro Pasa Alto de Primer Orden:

En la figura siguiente se resumen las características de este circuito con indicación de a) circuito práctico y estable; b) representación asintótica de la curva de respuesta en frecuencia del módulo de su transferencia ; y c) distribución típica de los polos y ceros de dicha función transferencia:



a) Circuito Operacional Derivador

b) Respuesta en Frecuencia

c) Diagrama de Polos y Ceros

Figura XV.14.

En la figura XV.14.a. atento las características ideales del OpAmp., el terminal inversor se comporta como tierra virtual, de modo que:

$$I = \frac{-V_o}{R} = \frac{V_s}{R_s + \frac{1}{s \cdot C_s}} ; \frac{V_o}{V_s} = \frac{-R}{R_s + \frac{1}{s \cdot C_s}} = \frac{-R}{R_s \cdot (1 + \frac{1}{s \cdot C_s \cdot R_s})} ; \frac{V_o}{V_s} = \frac{-R \cdot s}{R_s \cdot (s + \frac{1}{C_s \cdot R_s})}$$

y recordando la definición de  $F_o$  :

$$F_o = \frac{1}{2 \pi C_s R_s}$$

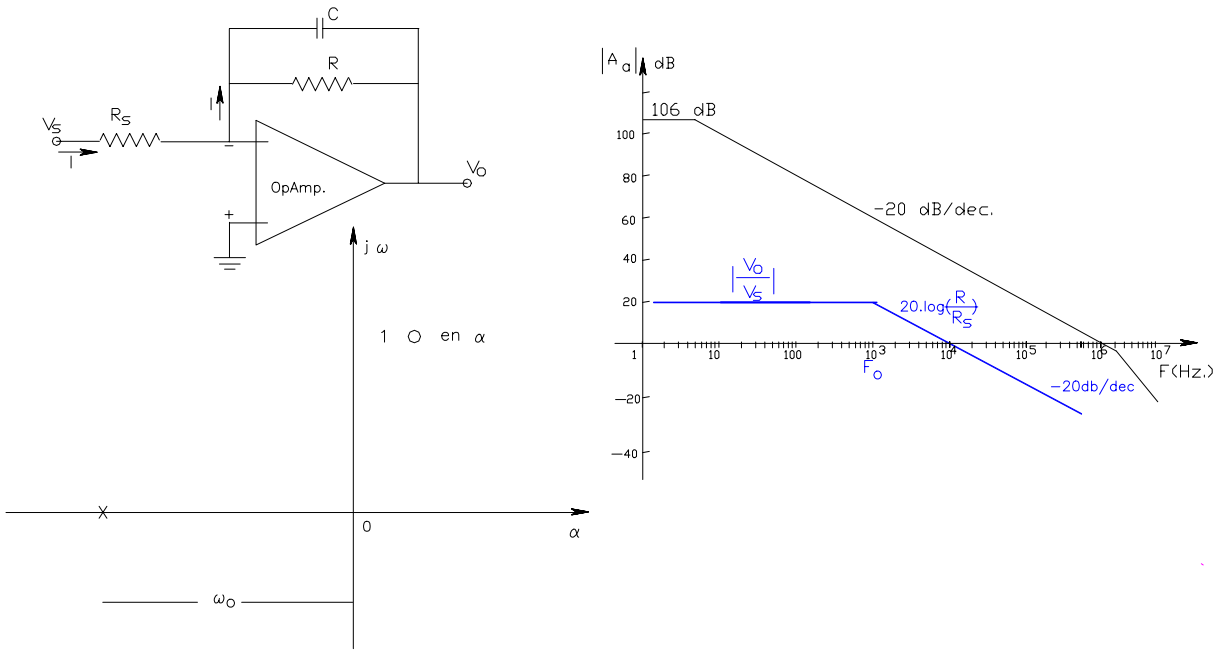
$$\frac{V_o}{V_s} = - \frac{R}{R_s} \cdot \frac{j F}{j F + F_o} = - \frac{R}{R_s} \cdot \frac{j \frac{F}{F_o}}{1 + j \frac{F}{F_o}}$$

y pasándola a dB:

$$/A_{af}/_{dB} = 20 \cdot \log \frac{R}{R_s} + 20 \cdot \log \frac{F}{F_o} - 20 \cdot \log \left( 1 + \frac{F^2}{F_o^2} \right)^{0.5}$$

b) Circuito Operacional Integrador - Filtro Pasa Bajos de Primer Orden:

En la figura siguiente se resumen las características de este circuito con indicación de a) circuito práctico y estable; b) representación asintótica de la curva de respuesta en frecuencia del módulo de su transferencia ; y c) distribución típica de los polos y ceros de dicha función transferencia:



a) Circuito Operacional Derivador

b) Respuesta en Frecuencia

c) Diagrama de Polos y Ceros

Figura XV.15.

En la figura XV.15.a. atento las características ideales del OpAmp., el terminal inversor se comporta como tierra virtual, de modo que:

$$I = \frac{V_s}{R_s} = \frac{-V_o}{R} \quad ; \quad \frac{V_o}{V_s} = \frac{-R}{R_s \cdot (1 + s \cdot C \cdot R)} = \frac{-R}{R_s} \cdot \frac{1}{(1 + s \cdot C \cdot R)}$$

y recordando la definición de  $F_o$  :

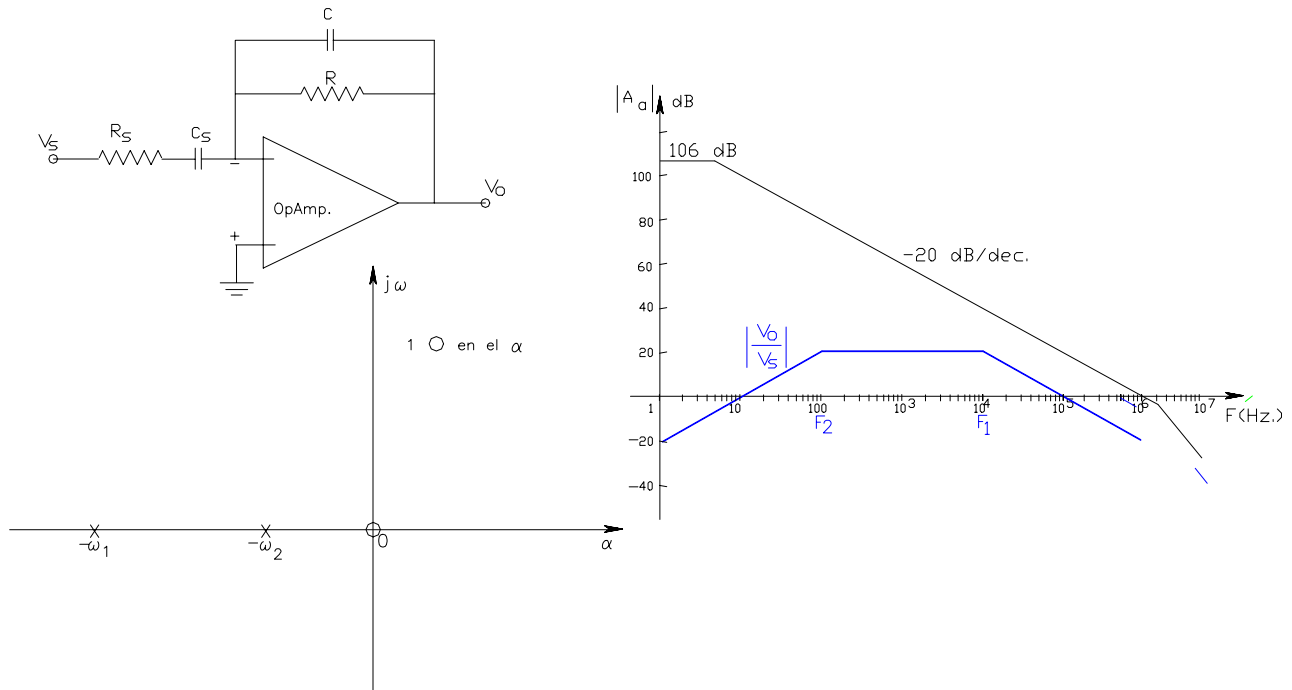
$$F_o = \frac{1}{2 \pi \cdot C \cdot R}$$

$$\frac{V_o}{V_s} = - \frac{R}{R_s} \cdot \frac{1}{1 + j \frac{F}{F_o}} \quad \text{y pasándola a dB:}$$

$$|A_{af}|_{dB} = 20 \cdot \log \frac{R}{R_s} + 20 \cdot \log \left( 1 + \frac{F^2}{F_0^2} \right)^{0.5}$$

c) Circuito Derivador Operacional Práctico - Filtro Pasa Banda de Primer Orden:

En la figura siguiente se resumen las características de este circuito con indicación de a) circuito práctico y estable; b) representación asintótica de la curva de respuesta en frecuencia del módulo de su transferencia ; y c) distribución típica de los polos y ceros de dicha función transferencia:



a) Circuito Operacional Derivador

b) Respuesta en Frecuencia

c) Diagrama de Polos y Ceros

Figura XV.16.

En la figura XV.16.a. atento las características ideales del OpAmp., el terminal inversor se comporta como tierra virtual, de modo que:

$$I = \frac{V_s}{R_s + \frac{1}{s \cdot C_s}} = \frac{-V_o}{\frac{R}{1 + s \cdot C \cdot R}} \quad ; \quad \frac{V_o}{V_s} = \frac{-R}{R_s \cdot (1 + s \cdot C \cdot R) \left( R_s + \frac{1}{s \cdot C_s} \right)}$$

y recordando las definiciones de  $F_1$  y de  $F_2$ :

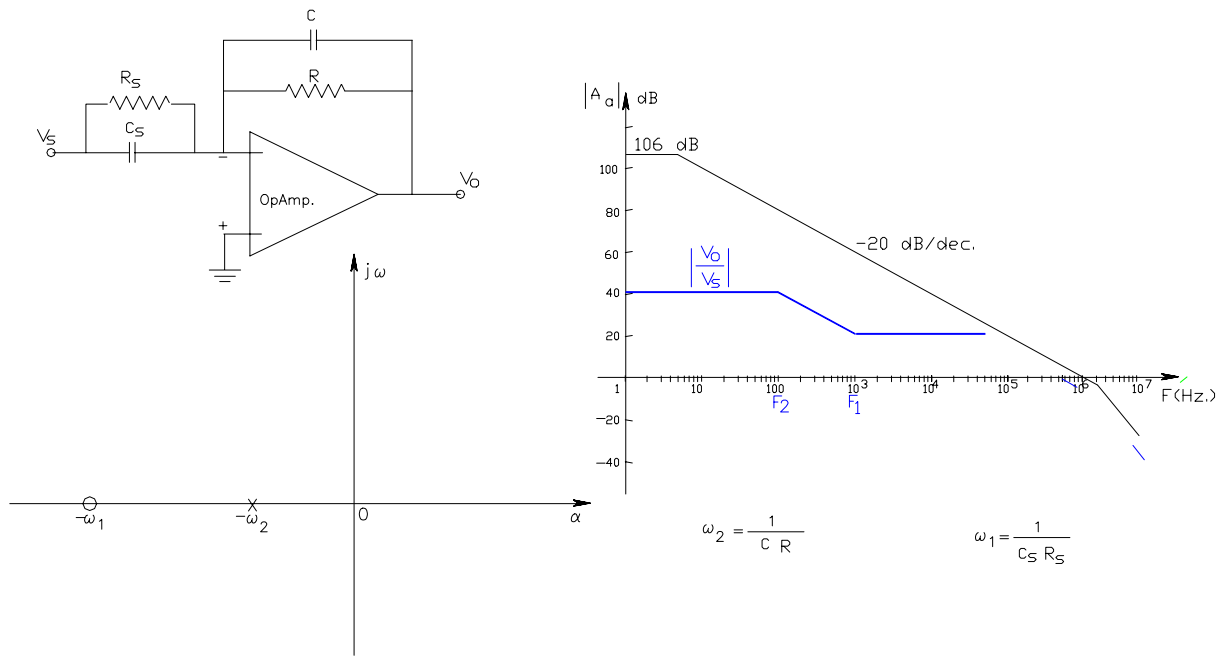
$$F_2 = \frac{1}{2 \pi C R} \quad F_1 = \frac{1}{2 \pi C_s R_s}$$

$$\frac{V_o}{V_s} = - \frac{R}{R_s} \cdot \frac{1}{1 + j \frac{F}{F_2}} \cdot \frac{j \cdot \frac{F}{F_1}}{1 + j \frac{F}{F_1}} \quad \text{y pasándola a dB:}$$

$$/A_{af}/dB = 20 \cdot \log \frac{R}{R_s} + 20 \cdot \log \left( \frac{F}{F_1} \right) - 20 \cdot \log \left( 1 + \frac{F^2}{F_1^2} \right)^{0.5} - 20 \cdot \log \left( 1 + \frac{F^2}{F_2^2} \right)^{0.5}$$

d) Filtro General de Primer Orden:

En la figura siguiente se resumen las características de este circuito con indicación de a) circuito práctico y estable; b) representación asintótica de la curva de respuesta en frecuencia del módulo de su transferencia ; y c) distribución típica de los polos y ceros de dicha función transferencia:



a) Circuito Filtro General

b) Respuesta en Frecuencia

c) Diagrama de Polos y Ceros

Figura XV.17.

dado que su transferencia resulta ser:

$$I = \frac{V_s}{R_s} = \frac{-V_o}{R} \quad ; \quad \frac{V_o}{V_s} = \frac{-R (1 + s \cdot C_s \cdot R_s)}{R_s \cdot (1 + s \cdot C \cdot R)}$$

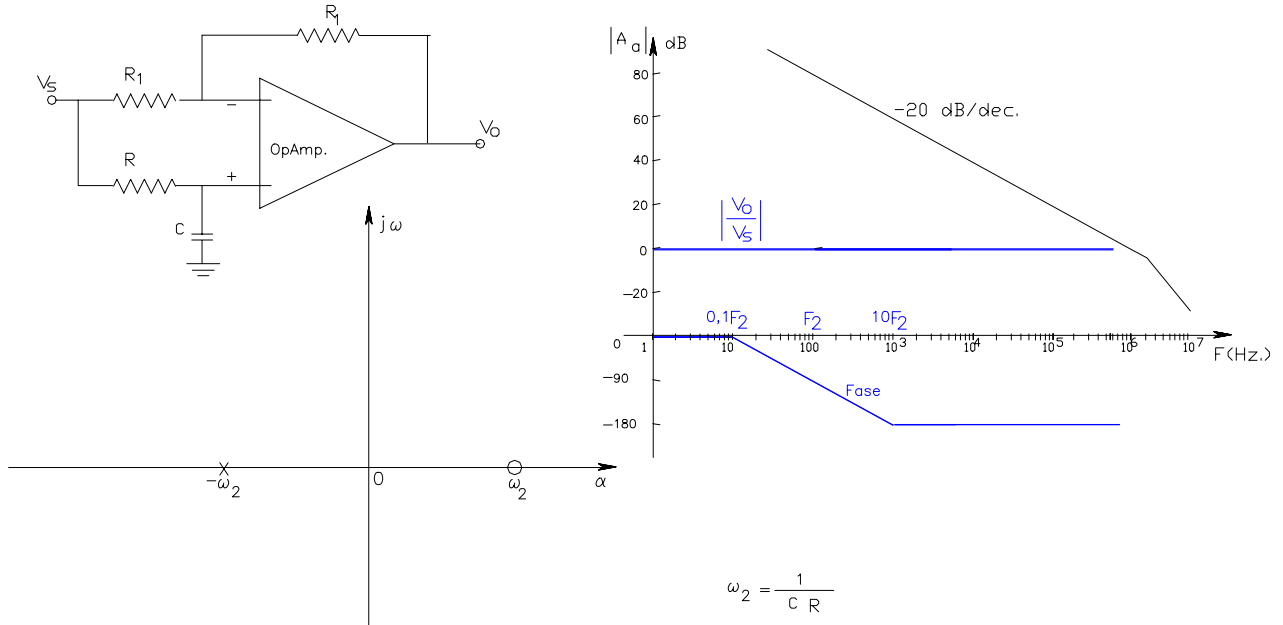
y recordando las definiciones de  $F_1$  y de  $F_2$ :

$$F_2 = \frac{1}{2 \pi C R} \quad F_1 = \frac{1}{2 \pi C_s R_s}$$

$$\frac{V_o}{V_s} = - \frac{R}{R_s} \cdot \frac{1 + j \frac{F}{F_1}}{1 + j \frac{F}{F_2}} \quad \text{luego, pasándola a dB:}$$

$$/A_{af}/_{dB} = 20 \cdot \log \frac{R}{R_s} + 20 \cdot \log \left( 1 + \frac{F^2}{F_1^2} \right)^{0,5} - 20 \cdot \log \left( 1 + \frac{F^2}{F_2^2} \right)^{0,5}$$

e) Filtro Pasa Todo de Primer Orden:



a) Circuito Filtro Pasatodo (Defasador)

b) Respuesta en Frecuencia

c) Diagrama de Polos y Ceros

Figura XV.18.

Todos estos filtros pueden conectarse en cascada para obtener un filtro de orden superior. El diseño de filtros por conexión en cascada es uno de los métodos más utilizados ya que aprovecha la característica de baja resistencia de salida de los amplificadores operacionales como asimismo del muestreo de tensión que esta asociado a la red de realimentación utilizada, de modo tal que al agregar una segunda etapa en cascada, las características de la etapa anterior no se modifican.

XV.5.- FUNCIONES DE FILTROS DE SEGUNDO ORDEN:

La función bicuadrática de transferencia de un filtro, o función transferencia general de segundo orden, suele también ser presentada de forma estándar, según la expresión:

$$A(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^2 + (\omega_0/Q) s + \omega_0} \quad (XV.6.)$$

en donde los parámetros Q y ω<sub>0</sub> que determinan los coeficientes lineal e independiente del polinomio denominador condicionan la ubicación de los polos complejos conjugados de dicha función transferencia, según:

$$p_1 = \frac{\omega_0}{2Q} + j \omega_0 \left[ 1 - \left( \frac{1}{4Q^2} \right) \right]^{0,5} \quad \text{y} \quad p_2 = \frac{\omega_0}{2Q} - j \omega_0 \left[ 1 - \left( \frac{1}{4Q^2} \right) \right]^{0,5}$$

para todo Q > 0,5 . Tal como se indica en la figura XV.19. cuanto mayor sea el factor de calidad Q, mas cerca del eje imaginario se ubican los polos complejos conjugados, en tanto que el radiovector ω<sub>0</sub> es directamente proporcional a la frecuencia en que dichos polos se ubican.

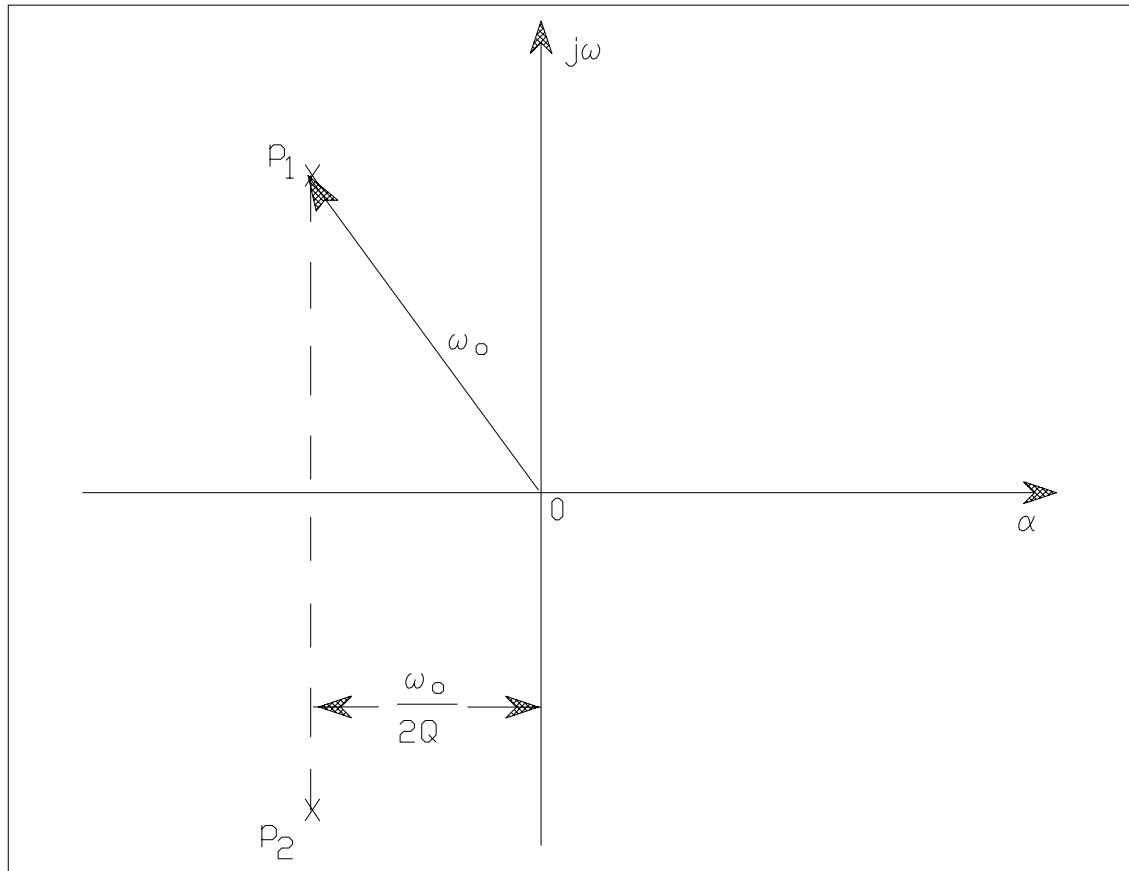


Figura XV.19.

Como ya hemos visto en el Capítulo precedente, si  $Q$  tiende a infinito los polos son imaginarios puros y conjugados y el circuito puede oscilar en tanto que si se ubican en el semiplano derecho, el circuito ciertamente produciría oscilaciones ( $Q$  negativos).

En cuanto al polinomio numerador, los ceros de la transferencia del filtro de segundo orden dependen de los valores de los coeficientes  $a_2$ ,  $a_1$  y  $a_0$  y estos a su vez determinan el tipo de filtro de que se trate. Entre las diversas alternativas que pueden plantearse rescatamos cuatro tipos básicos de filtros de segundo orden que resumimos de la siguiente forma:

a) Filtro Pasa Bajos de Segundo Orden:

En este caso la función transferencia es:

$$A(s) = \frac{a_0}{s^2 + (\omega_0/Q)s + \omega_0} \quad (XV.7.)$$

mientras que la ubicación típica de los polos y ceros y la curva de respuesta en frecuencia se describen en la figura XV.20.

b) Filtro Pasa Altos de Segundo Orden:

Ahora se tiene:

$$A(s) = \frac{a_2 s^2}{s^2 + (\omega_0/Q)s + \omega_0} \quad (XV.8.)$$

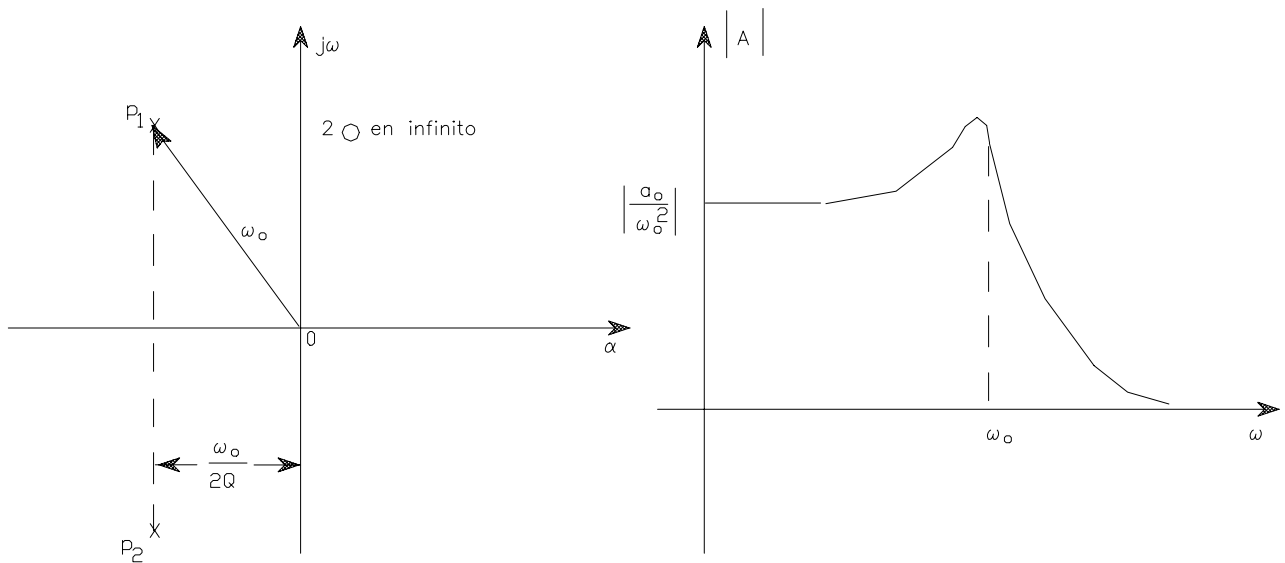


Figura XV.20.

en tanto que el diagrama de polos y ceros y la curva de respuesta en frecuencia típicos se representa en la figura XV.21.

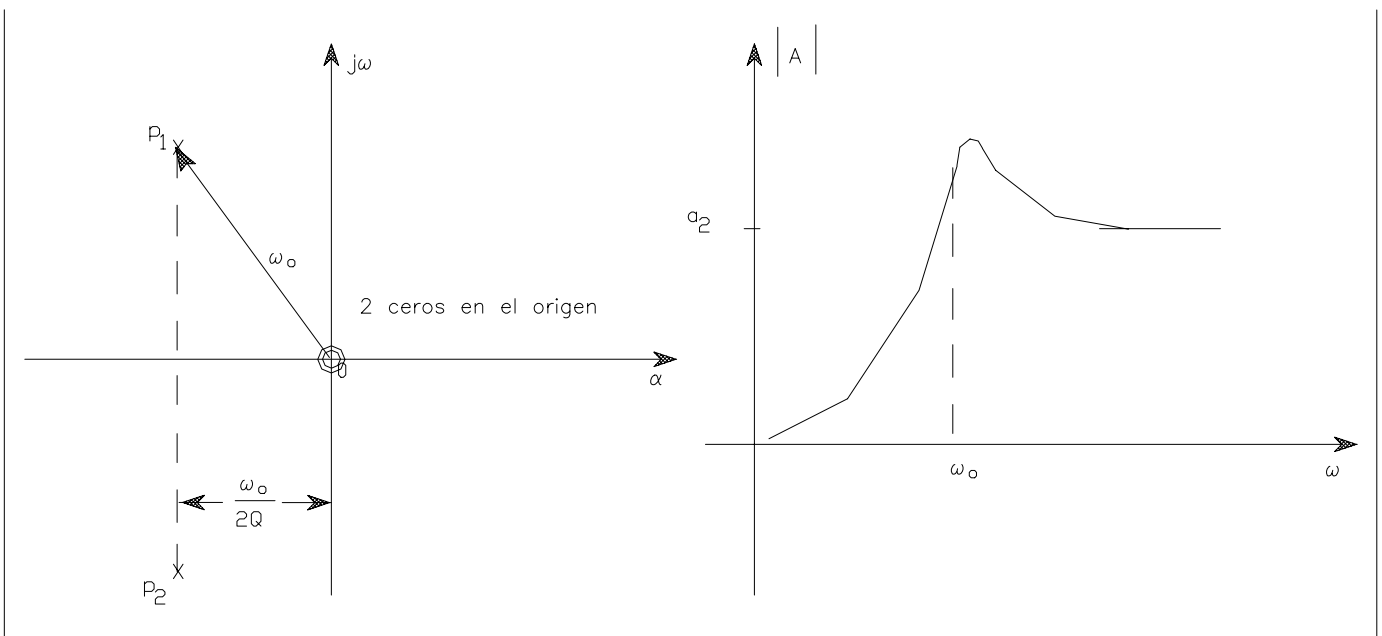


Figura XV.21.

c) Filtro Pasa Banda de Segundo Orden (o de Banda Pasante):

En este caso la función transferencia es:

$$A(s) = \frac{a_1 s}{s^2 + (\omega_0/Q) s + \omega_0} \quad (\text{XV.9.})$$

y en la figura XV.22. se representa la ubicación típica de las singularidades de dicha función, así como el formato característico de la curva de respuesta en frecuencia:

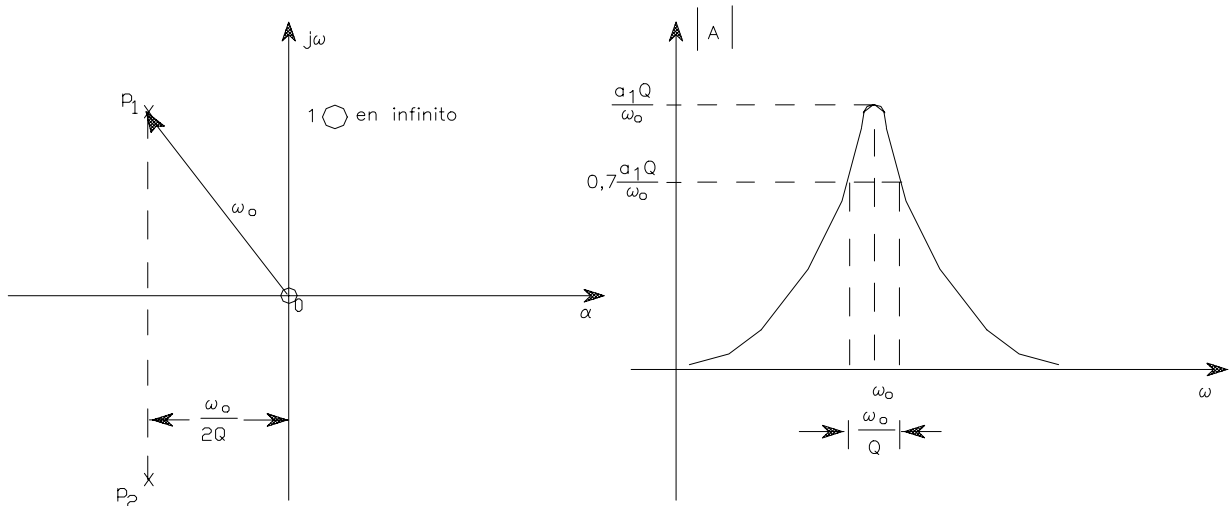


Figura XV.22.

d) Filtro Elimina Banda de Segundo Orden (Stop Band):

La función transferencia correspondiente a este tipo de filtro es:

$$A(s) = \frac{s^2 + \omega_0}{s^2 + (\omega_0/Q)s + \omega_0} \quad (\text{XV.10.})$$

y la figura XV.23. contiene la información típica acerca del diagrama de polos y ceros y de la curva de respuesta en frecuencia correspondiente a este tipo de filtro:

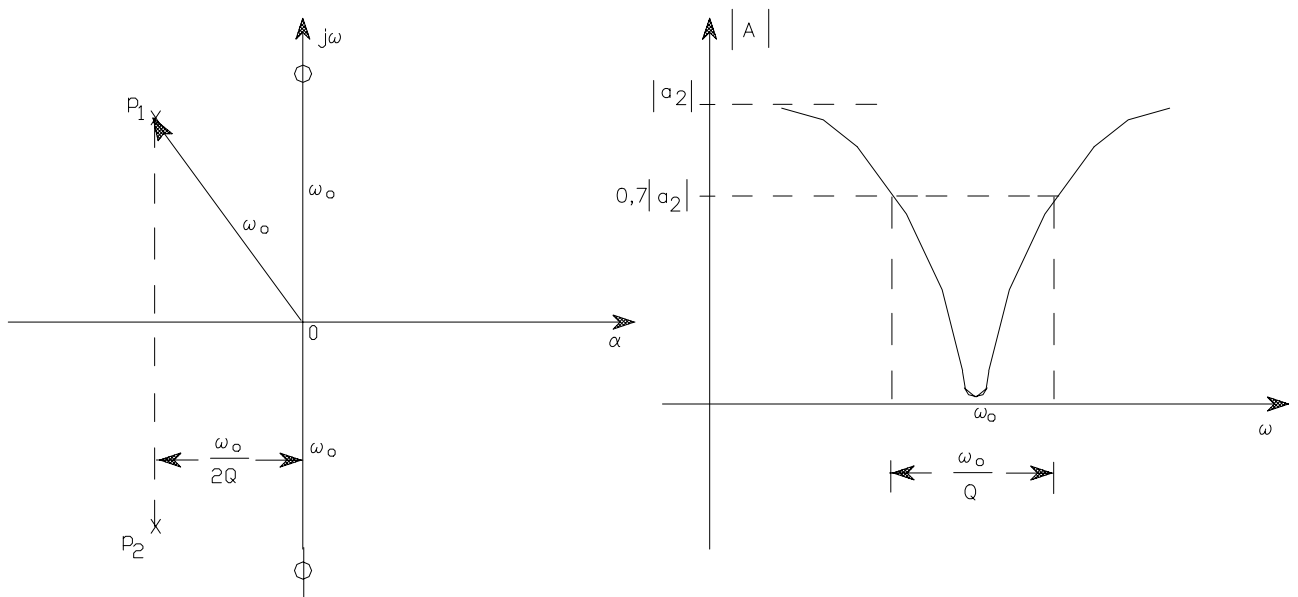


Figura XV.23.

XV.5.1.- Circuitos Resonantes LCR como filtros de Segundo Orden:

El esquema de la figura XV.24. presenta un circuito resonante paralelo LCR que se estudia ampliamente en los tratados de la Teoría de los Circuitos, particularmente en lo relativo a los “polos naturales” o bien las raíces de su función admitancia.

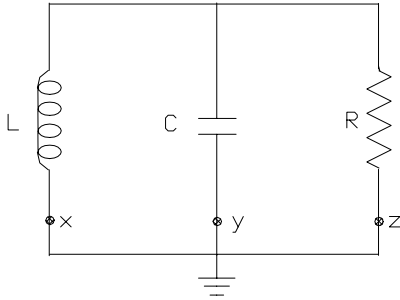


Figura XV.24.

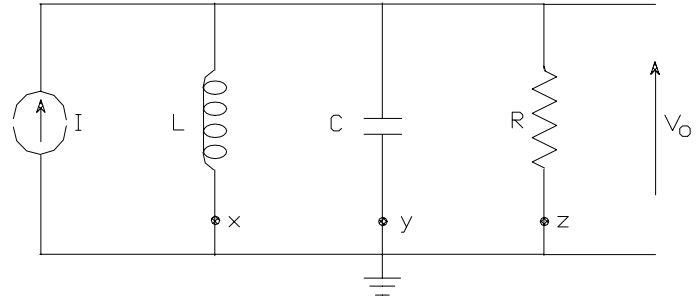


Figura XV.25.

Dicha admitancia que define la relación entre la corriente y la tensión del circuito de prueba que ensayamos en la figura XV.25. resulta ser entonces:

$$\frac{V_o}{I} = \frac{1}{Y_p} = \frac{1}{\frac{1}{sL} + sC + \frac{1}{R}} = \frac{s \cdot (1/C)}{s^2 + s \frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}} \quad (XV.11.)$$

denominador que comparado con la expresión genérica (XV.6.) determina que en este circuito:

$$\omega_o^2 = \frac{1}{LC} \quad ; \quad \omega_o = \frac{1}{(LC)^{0.5}} \quad ; \quad \frac{\omega_o}{Q} = \frac{1}{RC} \quad ; \quad Q = \omega_o CR$$

respectivamente, pulsación de resonancia y factor de calidad del circuito resonante paralelo. Asimismo, en la expresión (XV.11.) se aprecia la presencia de un cero en el origen y por lo tanto otro en el infinito.

Existen otras diversas formas de excitar a este mismo circuito de modo que su característica operativa siga condicionada por los polos naturales y por ello hemos señalado en el esquema de la figura XV.24. , a los bornes “x , y , z” . Así utilizando una fuente ideal de tensión de excitación la misma puede ir conectada entre cualquiera o mas de un borne en paralelo y masa sin que se altere la estructura natural de polos del LCR . El circuito de la figura XV.26. constituye un ejemplo de lo dicho, ya que aquí la transferencia directa de tensiones de este circuito es:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_{RC}}{Z_{RC} + Z_L} = \frac{\frac{R}{1 + sCR}}{sL + \frac{R}{1 + sCR}} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + s \frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}} \quad (XV.12.)$$

notándose que se conserva la estructura de polos, solo que ahora ambos ceros se ubican en frecuencia infinito, por lo que esta disposición arroja una transferencia correspondiente a un filtro pasa bajos de segundo orden.

En cambio para el circuito de la figura XV.27. la transferencia de tensiones resulta ser:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_{RL}}{Z_{RL} + Z_C} = \frac{\frac{R \cdot sL}{R + sL}}{\frac{1}{s} + \frac{R \cdot sL}{R + sL}} = \frac{s^2}{s^2 + s \frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}} \quad (XV.13.)$$

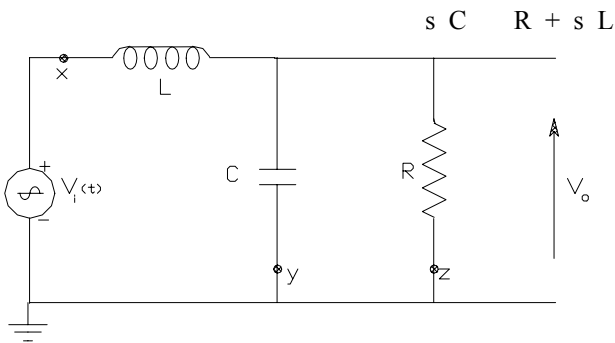


Figura XV.26.

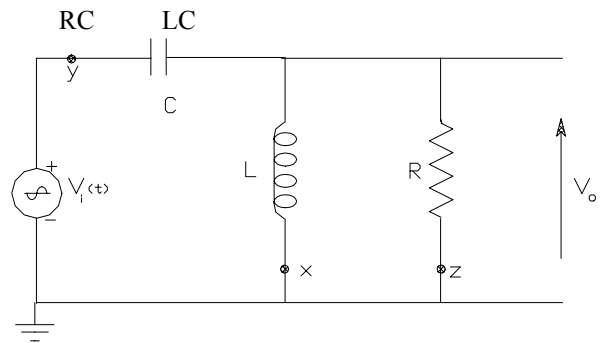


Figura XV.27.

correspondiendo a la función transferencia de un filtro pasa altos de segundo orden.

De igual modo, en las figuras XV.28. y XV.29. se indican los circuitos que corresponden a un filtro de segundo orden del tipo pasa banda y elimina banda, respectivamente, afirmación que se corrobora con las funciones transferencia que en las mismas figuras se indican.

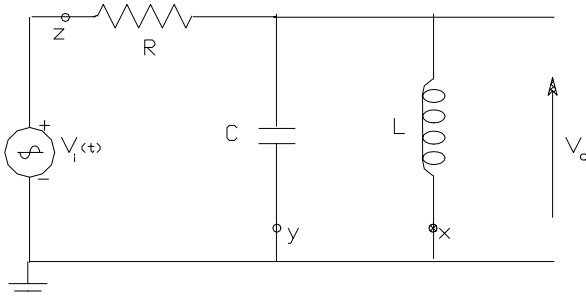


Figura XV.28.

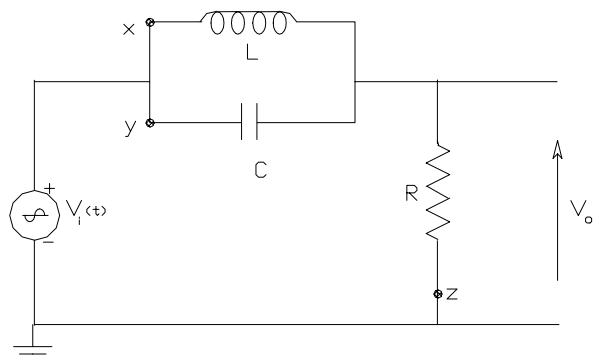


Figura XV.29.

XV.5.2.- Simulación del Inductor L mediante circuito Operacional y red RC:

Una posible forma de simular las características operativas de un inductor utilizando dos Op.Amp. y circuitos RC, forma que probablemente sea la que mejor disimule los apartamientos de los Op.Amp. reales respecto del ideal, es el circuito ideado por A. ANTONIOU que se presenta en la figura XV.30.

En la citada figura se han marcado con un número entre paréntesis la secuencia de pasos que, basados en las características dinámicas ideales de un Op.Amp., permiten justificar el comportamiento del circuito, a saber:

Aplicando  $V_i$  a la entrada (1), dada la característica de equipotencialidad de terminales de entrada de los Op.Amp la misma tensión se tiene entre los resistores  $R_2$  y  $R_3$  (2) y también entre  $C_4$  y  $R_5$  (3). En consecuencia la corriente en  $R_5$  resulta ser:  $(V_i / R_5)$  (4).

Como la corriente en los terminales de los Op.Amp. resultan nulas la misma corriente circula por  $C_4$  y en consecuencia la diferencia de potencial del nodo de unión entre  $R_3$  y  $C_4$  es:

$$(5) \quad V_i + \frac{V_i}{s C_4 R_5} = V_i \left( 1 + \frac{1}{s C_4 R_5} \right)$$

Por la misma razón la corriente en  $R_2$  es la misma que en  $R_3$  y resulta ser:

$$(6) \quad \frac{V_i - V_i \left( 1 + \frac{1}{s C_4 R_5} \right)}{s C_4 R_5} = \frac{V_i}{s C_4 R_5}$$

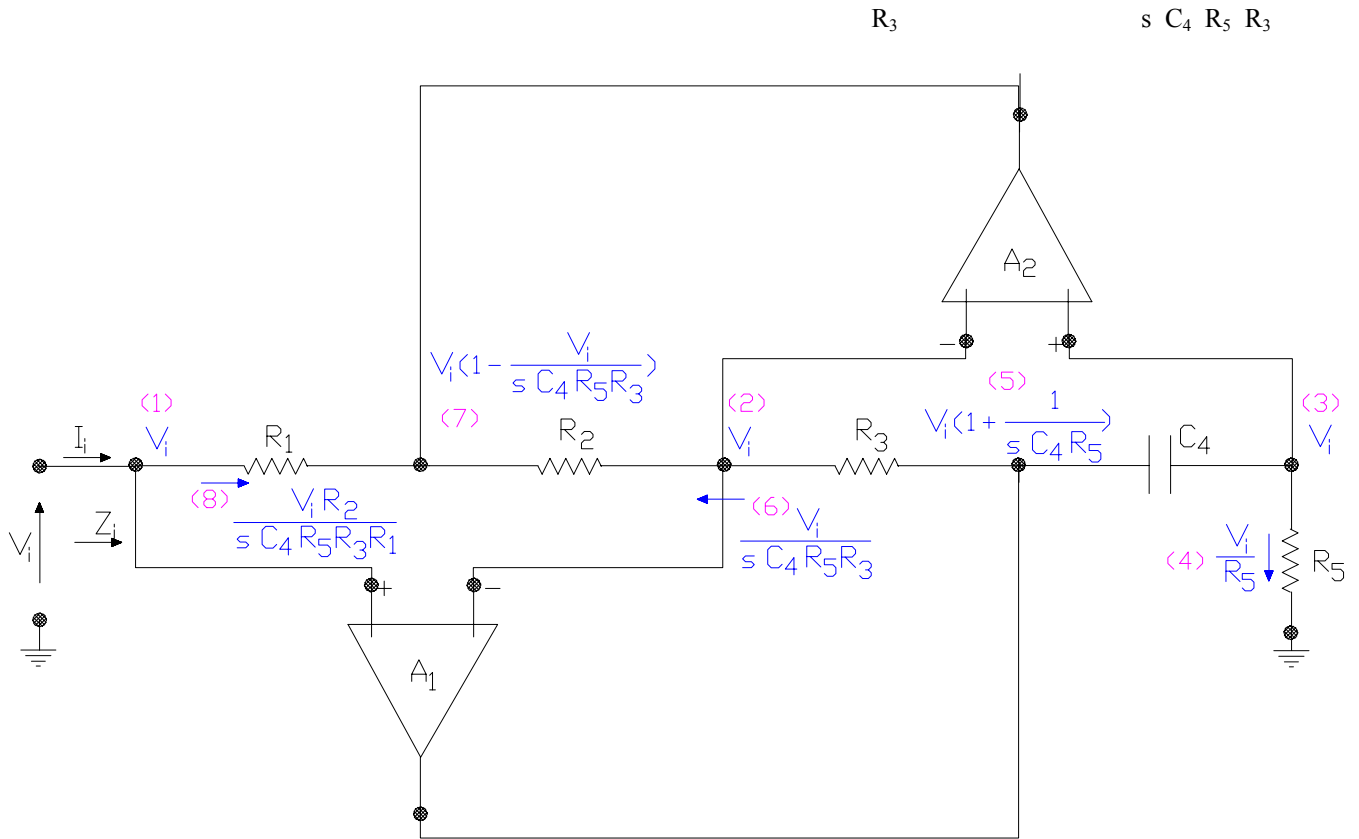


Figura XV.30

En consecuencia el potencial del nodo de unión entre \$R\_2\$ y \$R\_1\$ resulta:

$$(7) \quad V_i - \frac{V_i}{s C_4 R_5 R_3} \cdot R_2$$

entonces la corriente en \$R\_1\$ queda determinada por:

$$(8) \quad \frac{V_i - [V_i (1 - \frac{R_2}{s C_4 R_5 R_3})]}{R_1} = \frac{V_i R_2}{s C_4 R_5 R_3 R_1} = I_i \quad (9)$$

expresión esta última en la que se ha indicado que dicha corriente coincide con \$I\_i\$ (9).

En consecuencia la impedancia de entrada a este circuito queda:

$$Z = \frac{V_i}{I_i} = s C_4 R_5 R_3 \cdot \frac{R_1}{R_2} \quad (10)$$

que es equivalente a la que presenta un inductor cuya inductancia fuese:

$$L_{equiv} = C_4 R_5 R_3 \cdot \frac{R_1}{R_2} \quad (10')$$

Así, si en el circuito se tiene que \$R\_1 = R\_2 = R\_3 = R\_5 = R\$ y \$C = C\_4\$

$$L_{equiv} = C R^2$$

por lo que seleccionando adecuadamente C y R se tiene el determinado valor de L buscado.

XV.5.3.- Ejemplos de Filtros de Segundo Orden basados en LCR con simulación de L:

Justificados en las características de los circuitos resonantes LCR precedentemente detalladas y por reemplazo del inductor por medio del circuito simulador A. ANTONIOU recién detallado, los circuitos de las figuras XV.31. y XV.32. corresponden, respectivamente a filtros de segundo orden tipo Pasa Banda y elimina banda. En ambos casos la tensión de salida filtrada se toma mediante la utilización de un tercer circuito Op.Amp. en configuración no inversor (con alta resistencia de entrada) a los efectos de no perturbar al circuito LCR en el punto de carga y en consecuencia mantener las características de sus polos naturales.

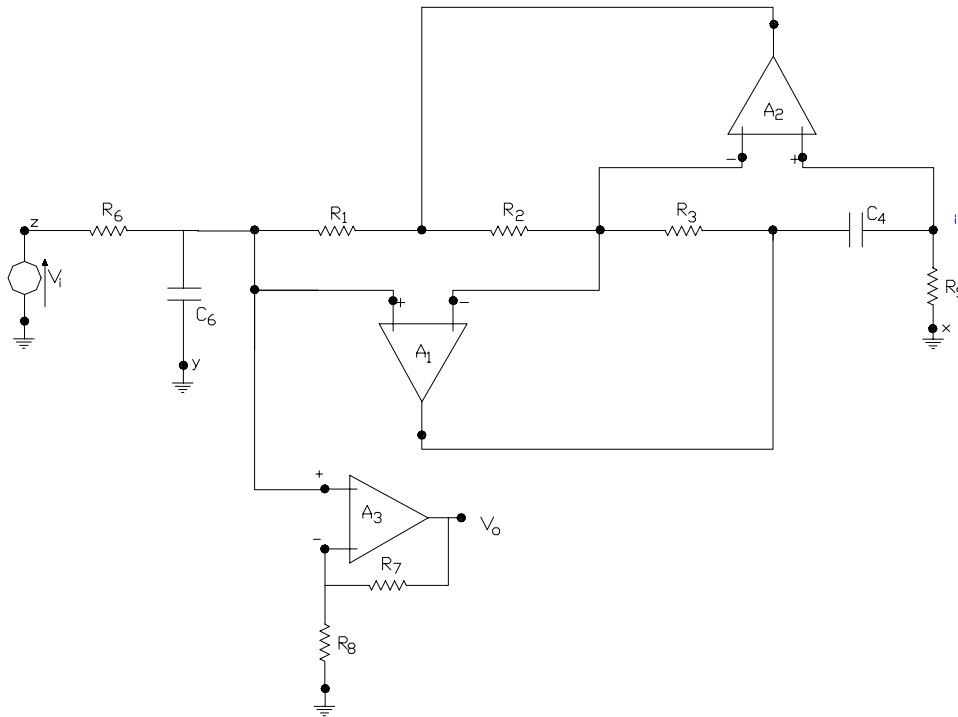


Figura XV.31.

XV.6.- FILTROS DE SEGUNDO ORDEN POR ACOPLAMIENTO EN CASCADA DE CIRCUITOS INTEGRADORES OPERACIONALES:

Para introducirnos en el filtro bicuadrado de dos integradores en cascada, como también se denominan a estos circuitos, consideraremos la función transferencia (XV.8.) correspondiente a un filtro de segundo orden tipo Pasa Altos, y a partir de ella llamando  $K = a_2$ , podemos expresar a la tensión de salida de este filtro, en el dominio de frecuencia compleja (s) y en función de la transformada de la tensión de entrada tal como se indica más adelante.

$$V_{PA} = \frac{K \cdot s^2}{s^2 + s \cdot (\omega_o/Q) + \omega_o^2} \cdot V_i \quad (XV.14)$$

operando matemáticamente, es decir, pasando el denominador del 2do. miembro multiplicando al primero, igualando a cero y dividiendo por  $s^2$  :

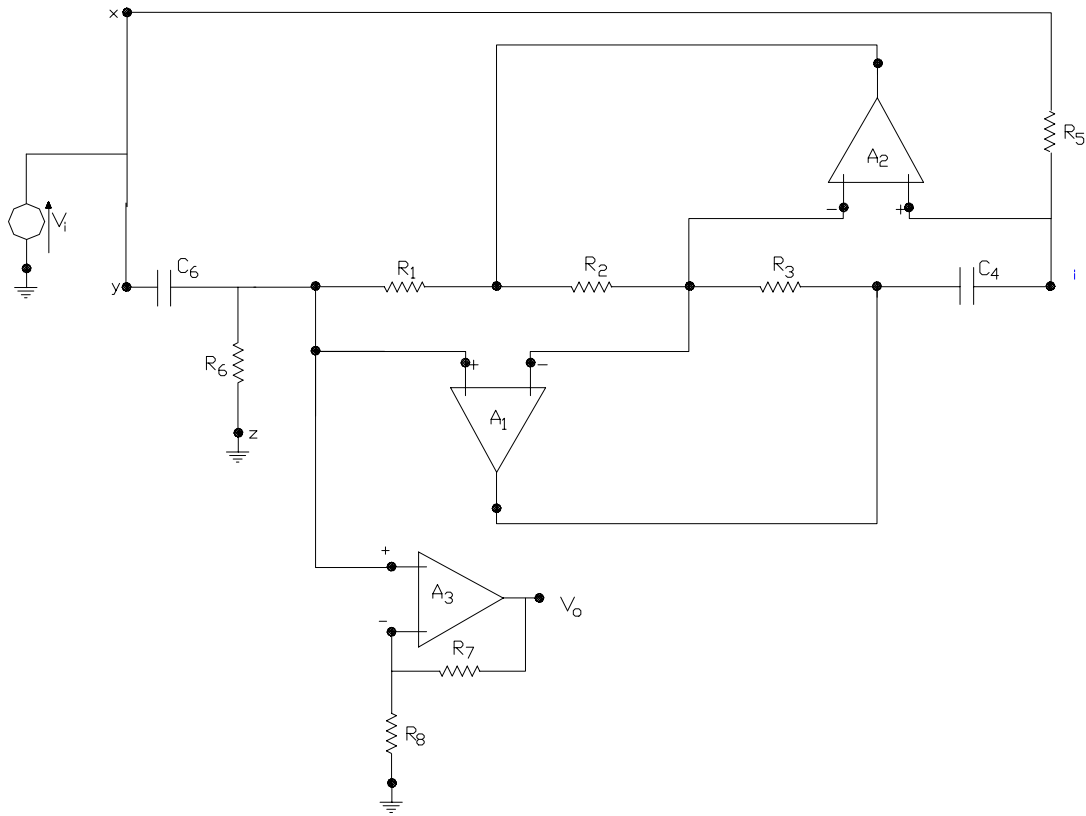


Figura XV.32.

$$V_{PA} + \frac{1}{Q} \cdot \frac{\omega_0}{s} V_{PA} + \frac{\omega_0^2}{s^2} V_{PA} - K V_i = 0$$

Esta última expresión puede ser interpretada gráficamente a través de un diagrama de bloques tal como se indica figura XV.33.

En dicha figura se están empleando dos bloques con funciones de integración y un sumador y como conclusión puede interpretarse que a partir del mismo pueden extraerse 3 señales que corresponden a las salidas de los filtros Pasa Altos (\$V\_{PA}\$), de Banda Pasante (\$V\_{BP}\$) y Pasa Bajos (\$V\_{PB}\$). Así en la primer salida se tendrá:

$$V_{PA} = K V_i - \frac{1}{Q} \cdot \frac{\omega_0}{s} V_{PA} - \frac{\omega_0^2}{s^2} V_{PA} \quad (XV.15.)$$

En la segunda salida, el primer circuito integrador provee una señal que es \$[V\_{PA} \cdot (-\frac{\omega\_0}{s})]\$, por lo que reemplazando \$V\_{PA}\$ según la expresión XV.14.:

$$V_{PA} \left(-\frac{\omega_0}{s}\right) = \frac{K \cdot s^2}{s^2 + s \cdot (\omega_0/Q) + \omega_0^2} \cdot V_i \cdot \left(-\frac{\omega_0}{s}\right) = \frac{-K \omega_0 s}{s^2 + s \cdot (\omega_0/Q) + \omega_0^2} V_i = V_{BP}$$

resultando una señal que es compatible con la salida de un filtro tipo Banda Pasante.

Por su parte en la tercer salida, es decir la señal a la salida del segundo circuito integrador es:

$$\omega_0^2 \quad K \cdot s^2 \quad \omega_0^2 \quad -K \omega_0^2$$

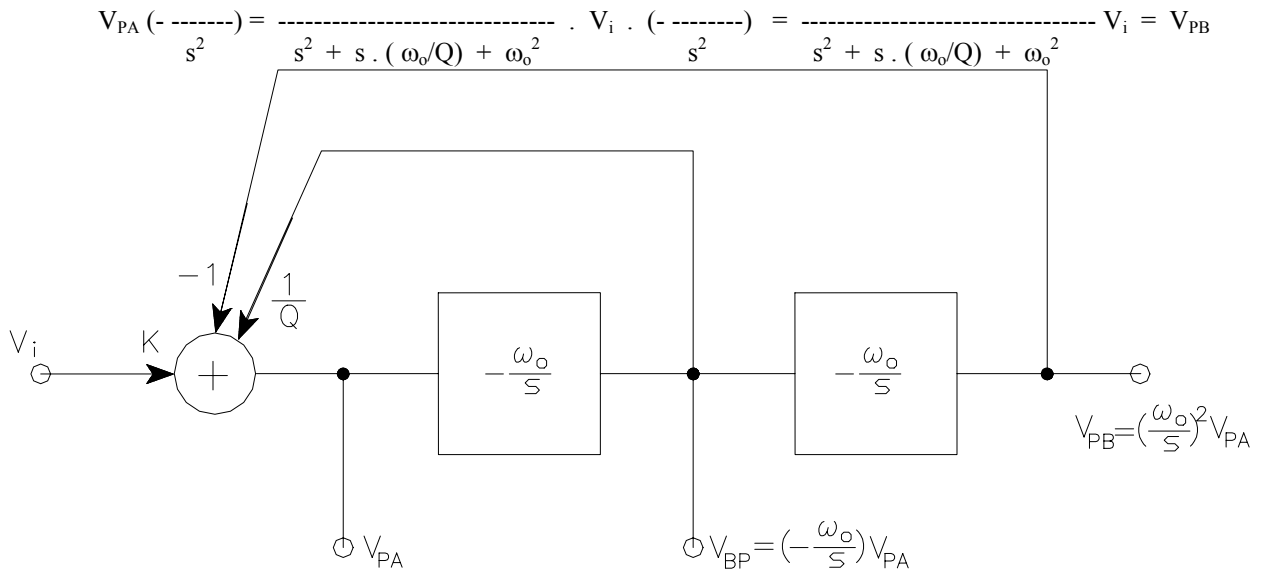


Figura XV.33.

que se corresponde con la salida de un filtro tipo Pasa Bajos.

De lo precedente se deduce que con esta configuración se realizan las funciones de los tres tipos básicos de filtros, pasa altos, banda pasante y pasa bajos simultáneamente, lo que le confiere suma versatilidad motivo por el cual se la ha llamado **FILTRO ACTIVO UNIVERSAL**. Su realización práctica se puede llevar a cabo mediante el empleo de circuitos integradores operacional y un tercer operacional con las funciones de sumador/diferencial, tal como se indica en el esquema de circuito de la siguiente figura:

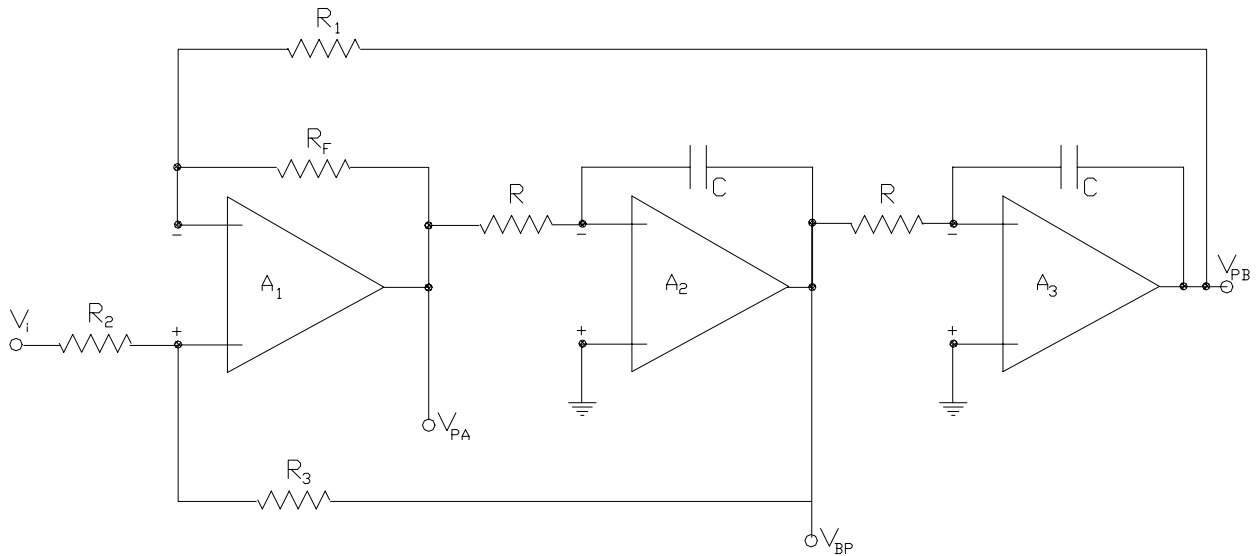


Figura XV.34.

Dicho circuito es conocido como **KERWIN-HUELSMAN-NEWCOMB** o bicuadrado KHN y en él

$$\omega_0 = \frac{1}{C.R}$$

Las componentes indicadas en el sumador de entrada de la figura XV.33. surgirán si al aplicar el principio de superposición planteamos su salida como:

$$V_{PA} = V_i \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} \left( 1 + \frac{R_F}{R_1} \right) + \frac{R_2}{R_2 + R_3} \left( 1 + \frac{R_F}{R_1} \right) V_{PA} \left( -\frac{\omega_0}{s} \right) - \frac{R_F}{R_1} \frac{\omega_0^2}{s^2} V_{PA}$$

y comparando esta última con la expresión (XV.15.), si hacemos:  $R_F = R_1$

$$\frac{2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = K \quad \text{y} \quad \frac{2 \cdot R_2}{R_2 + R_3} = \frac{1}{Q}$$

de las que se deducen:

$$\frac{R_3}{R_2} = 2Q - 1 \quad \text{y} \quad K = 2 - \frac{1}{Q}$$

Para conseguir transferencias compatibles con las correspondientes a otras funciones de filtros, tal como la del filtro Elimina Banda o el Pasa Todo (desfasador) se pueden tomar las tres salidas del circuito Bicuadrado KHN e incorporarlas a un nuevo sumador, en este caso de tres entradas a base de un cuatro circuito amplificador operacional, tal como se indica figura XV.35.

De esta forma:

$$V_o = - \left( \frac{R}{R_H} \cdot V_{PA} + \frac{R}{R_B} \cdot V_{BP} + \frac{R}{R_L} \cdot V_{PB} \right)$$

entonces, reemplazando las funciones que corresponden a  $V_{PA}$ ,  $V_{BP}$  y  $V_{PB}$ , la salida de este sumador es:

$$V_o = \frac{-K \left( \frac{R}{R_H} s^2 + \frac{R}{R_B} \omega_0 \cdot s + \frac{R}{R_L} \omega_0^2 \right)}{s^2 + s \cdot (\omega_0/Q) + \omega_0^2} \cdot V_i$$

En consecuencia, de acuerdo a lo que sea de interés lograr, se asignan los valores adecuados a los resistores  $R_H$ ,  $R_B$  y  $R_L$ . Por ejemplo, si hacemos  $R$  infinito y  $R_H = R_L = R$ , se obtiene:

$$V_o = \frac{-K (s^2 + \omega_0^2)}{s^2 + s \cdot (\omega_0/Q) + \omega_0^2} \cdot V_i$$

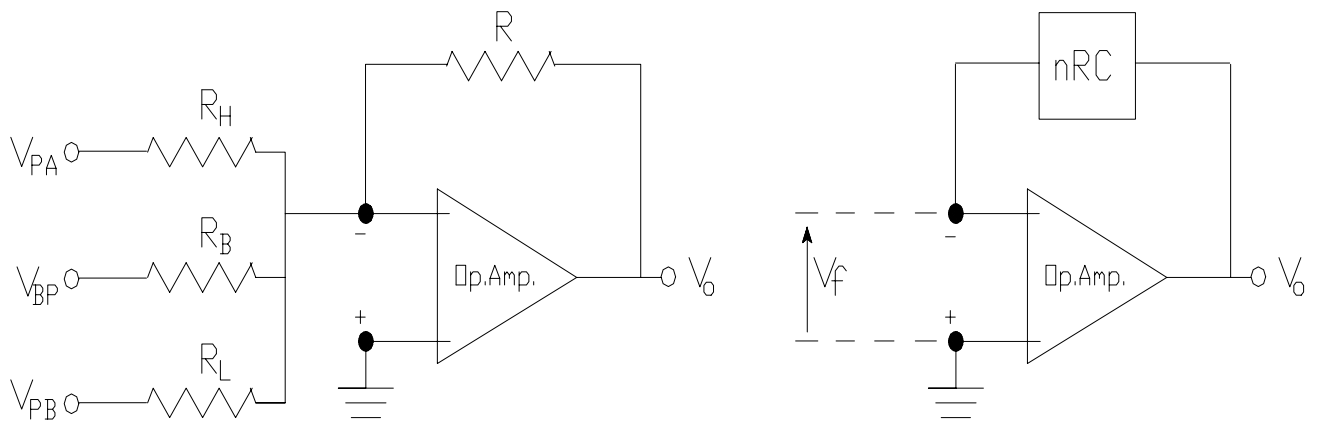


Figura XV.35.

que corresponde a la transferencia de un Filtro Elimina Banda de segundo orden.

Figura XV.36.

Estos dispositivos bicuadrados son afectados por las características reales de los OpAmp, fundamentalmente su reducido ancho de banda y además resultan antieconómicos y poco convenientes cuando se encuentra limitado el consumo de fuente, dada la utilización de cuatro OpAmp.

XV.7.-FILTROS ACTIVOS BICUADRADOS DE UN SOLO OPAMP:

En la figura XV.36. se representa un esquema generalizado en el cual un OpAmp. es realimentado mediante una red nRC . Aquí la transferencia de la red nRC, o sea de la red de realimentación es:

$$\beta = \frac{V_F}{V_o} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

de modo que las raíces del polinomio numerador N(s) son los ceros de transmisión de la red nRC y las raíces del polinomio denominador D(s) sus polos. Por tratarse de una red RC, todos los ceros de  $\beta$  deben ser reales y negativos, mientras que sus polos podrán ubicarse en cualquier lugar del plano complejo “s”.

La transferencia a lazo abierto, o bien como la llamáramos ya, la transferencia del lazo ( A .  $\beta$  ) resulta ser:

$$A . \beta = A . \frac{N(s)}{D(s)}$$

y en consecuencia la ecuación característica y Diferencia de retorno función de la frecuencia es:

$$Dif(s) = 1 + A . \beta = 1 + A . \frac{N(s)}{D(s)}$$

Como la transferencia a lazo cerrado es:

$$A_F = \frac{A}{Dif(s)}$$

La Dif(s) igualada a cero nos proporciona los polos de la función transferencia a lazo cerrado, es decir del filtro, por lo tanto para obtenerlos hacemos:

$$1 + A . \frac{N(s)}{D(s)} = 0 \quad \text{o bien} \quad \frac{N(s)}{D(s)} = -\frac{1}{A}$$

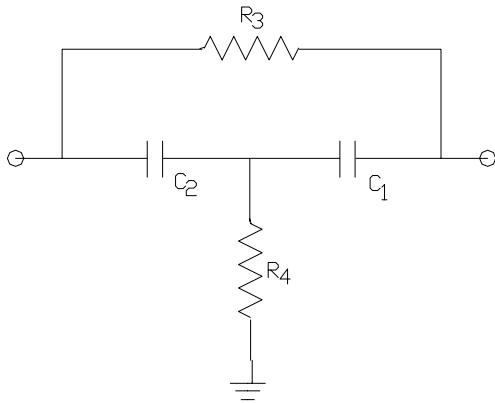
Si consideramos que A es infinito, dichos polos del filtro se obtienen con N(s) = 0. En conclusión, los polos del circuito filtro son los ceros de la red nRC.

Como nuestro objetivo es desarrollar un par de polos complejos conjugados para lograr el denominador de la función transferencia de cualquiera de los tipos de filtro, es necesario seleccionar una red nRC que tenga ceros de transmisión complejos conjugados. La configuración más sencilla de este tipo de redes son las de forma de T con puente, tal como la que se presenta en la figura XV.37. o bien en la figura XV.38. , en donde se indican asimismo las funciones transferencia determinadas con la salida a circuito abierto, para cada configuración:

De esta forma, si como ejemplo consideramos el circuito operacional que es el resultado de conectar la red en T con puente de la figura XV.37. como red de realimentación de un OpAmp., y en él el polinomio denominador del filtro activo será igual al polinomio del numerador de la red en T con puente, entonces:

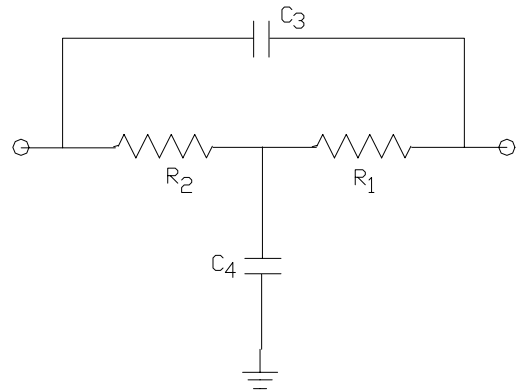
$$\omega_o \qquad \qquad \qquad 1 \qquad 1 \qquad 1 \qquad 1$$

$$s^2 + s \cdot \left( \frac{\dots}{Q} \right) + \omega_0^2 = s^2 + s \cdot \left( \frac{\dots}{C_1} + \frac{\dots}{C_2} \right) \frac{\dots}{R_3} + \frac{\dots}{C_1 C_2 R_3 R_4}$$



$$\beta = \frac{s^2 + s \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \frac{1}{R_3} + \frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4}}{s^2 + s \left( \frac{1}{C_1 R_3} + \frac{1}{C_2 R_3} + \frac{1}{C_1 R_4} \right) + \frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4}}$$

Figura XV.37.



$$\beta = \frac{s^2 + s \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{1}{C_4} + \frac{1}{R_1 R_2 C_3 C_4}}{s^2 + s \left( \frac{1}{C_4 R_1} + \frac{1}{C_4 R_2} + \frac{1}{C_3 R_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_3 C_4}}$$

Figura XV.38.

lo que hace posible que obtengamos  $\omega_0$  y  $Q$  como

$$\omega_0 = \frac{1}{(C_1 C_2 R_3 R_4)^{0.5}}$$

$$Q = \left[ \frac{(C_1 C_2 R_3 R_4)^{0.5}}{R_3} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \right]^{-1}$$

Dicho circuito se observa en la figura XV.39.:

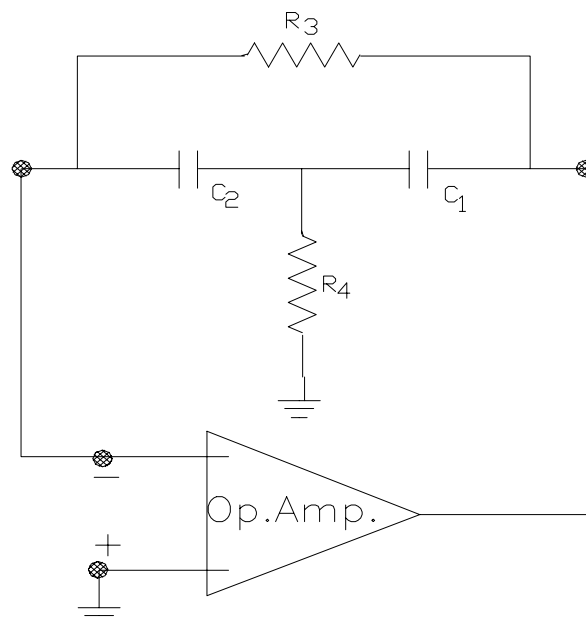


Figura XV.39

En consecuencia si en estas últimas seleccionamos  $C_1 = C_2 = C$  y también denotamos con  $R_3 = R$  y con  $R_4 = R/m$ , al sustituir en las anteriores se puede determinar que:

$$M = 4Q^2 \quad \text{y} \quad CR = \frac{2 \cdot Q}{\omega_0}$$

En el esquema de la figura XV.39. lo único que falta es indicar en que punto se ha de ingresar la señal que se pretende filtrar. En tal sentido recordemos que tal cual lo planteáramos ya para los filtros RLC una fuente ideal de tensión conectada en un punto del circuito original que va conectado a masa no modifica la estructura de polos de dicho circuito y en esa situación se encuentra el resistor de resistencia  $R_4$  en el circuito de la figura XV.37. o el condensador  $C$  del circuito de la figura XV.38.

En oportunidad de estudiarse las distintas funciones de filtro de los circuitos RLC se vió que dependiendo del (los) componentes a través del cual(es) la señal de entrada se inyecta, se obtienen diferentes ceros de transmisión por lo que aprovechando esa misma características y a título de ejemplo consideraremos el esquema que se presenta en la figura XV.40.:

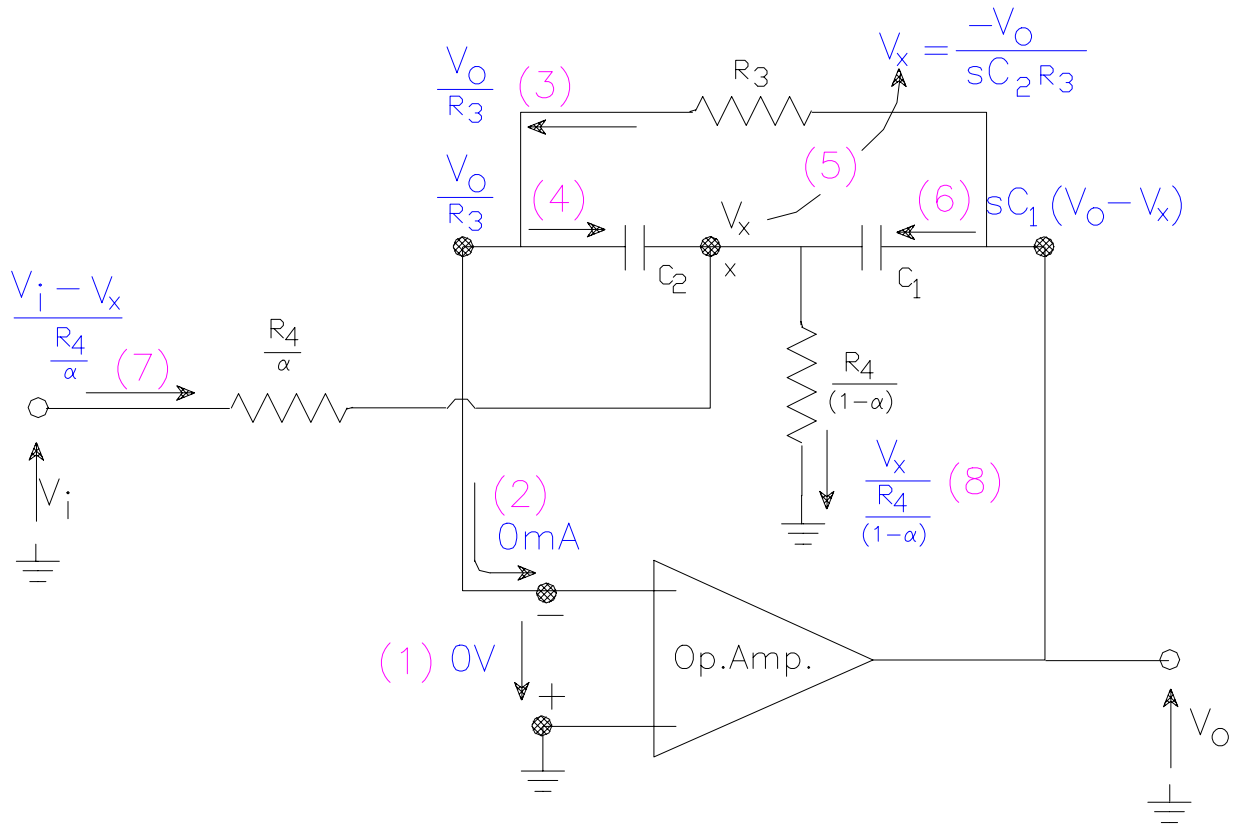


Figura XV.40.

En este mismo esquema se han indicado con un número entre paréntesis la secuencia de pasos que permite analizar el comportamiento del mismo de modo que finalmente, al plantear la ecuación del nodo "x" del mismo, se obtiene:

$$\frac{V_o}{R_3} + sC(V - V) + \frac{(V_o - V_x)}{R_4} - \frac{V_x}{R_4} = 0$$

$$\frac{V_o}{\alpha} - \frac{V_x}{(1 - \alpha)}$$

y reemplazando  $V_x$  por la ecuación del paso (5) se obtiene la expresión de la transferencia indicada seguidamente.

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-s}{s^2 + s \cdot \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) + \frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4}} \cdot \left( \frac{\alpha}{C_1 R_4} \right)$$

que es una función transferencia compatible con la correspondiente a un filtro de Banda Pasante cuya ganancia para su frecuencia central puede controlarse a través del factor  $\alpha$  y en donde tal como se esperaba, el polinomio del denominador es idéntico al polinomio numerador de la transferencia de la red nRC transcrita en la figura XV.37.

Siguiendo el mismo procedimiento detallado en los pasos indicados en la figura XV.38., podrá demostrarse que los circuitos indicados en las figuras XV.41. y XV.42. corresponden respectivamente al filtro Pasa Altos o también conocido como uno de los circuitos de SALLEN y KEY o SAB (Filtro Bicuadrado de un solo Amplificador) y al filtro Pasa Bajos SAB.

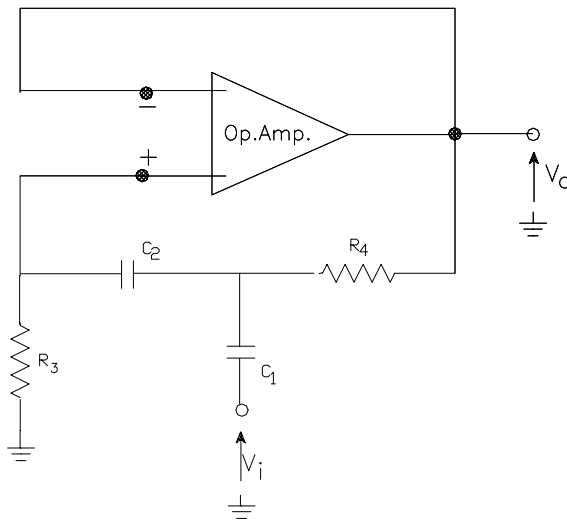


Figura XV.41.

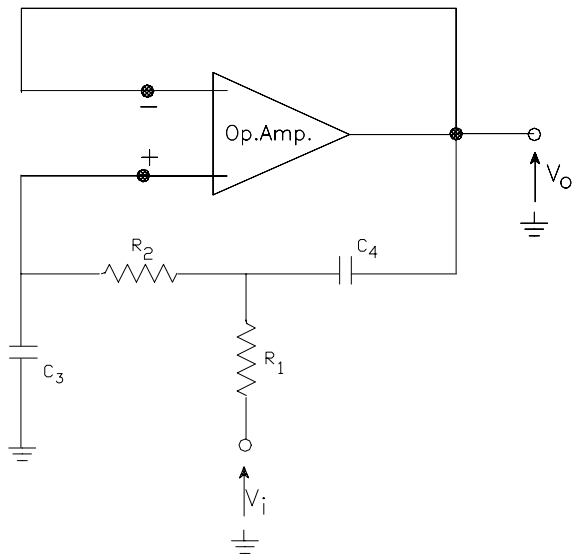


Fig. XV.42.

Estos circuitos recién analizados presentan la desventaja seria de que su factor de mérito Q es sumamente sensible, tanto a las variaciones debida a la tolerancia con que se llevan a cabo las redes nRC como a los limitados valores del ancho de banda de los circuitos OpAmp.

Asimismo comparten las desventaja con los restantes circuitos filtro estudiados en los apartados anteriores en cuanto a que demandan la incorporación de condensadores de relativo alto valor (con respecto a aquellos que pueden ser integrados en los IC), a punto tal que hacen difícil su producción en forma de circuitos integrados monolíticos, cuando no imposible. La búsqueda continua de un método de diseño de un filtro que se presente en una forma más natural a la puesta en práctica de circuitos integrados ha dado como respuesta la opción que se describe a continuación.

**XV.8.- FILTROS POR CONDENSADOR CONMUTADO - Su principio básico:**

En esta tecnología el filtro de condensador conmutado se basa en que la formación de un condensador conmutado entre dos nodos de circuito, a una velocidad de conmutación lo suficientemente alta, es equivalente a un resistor que una a dichos dos nodos. Más específicamente, consideremos el circuito operacional integrador que hemos estudiado oportunamente. En la figura XV.43. se ha sustituido el resistor de entrada ( $R_s$ ) por un segundo condensador ( $C_1$ ) a tierra en conjunto con dos transistores efecto de campo de canal inducido “n” a los cuales, en sus terminales de compuerta le aplicamos las señales de onda cuadrada  $v_1$  y  $v_2$  que detallamos en la misma figura.

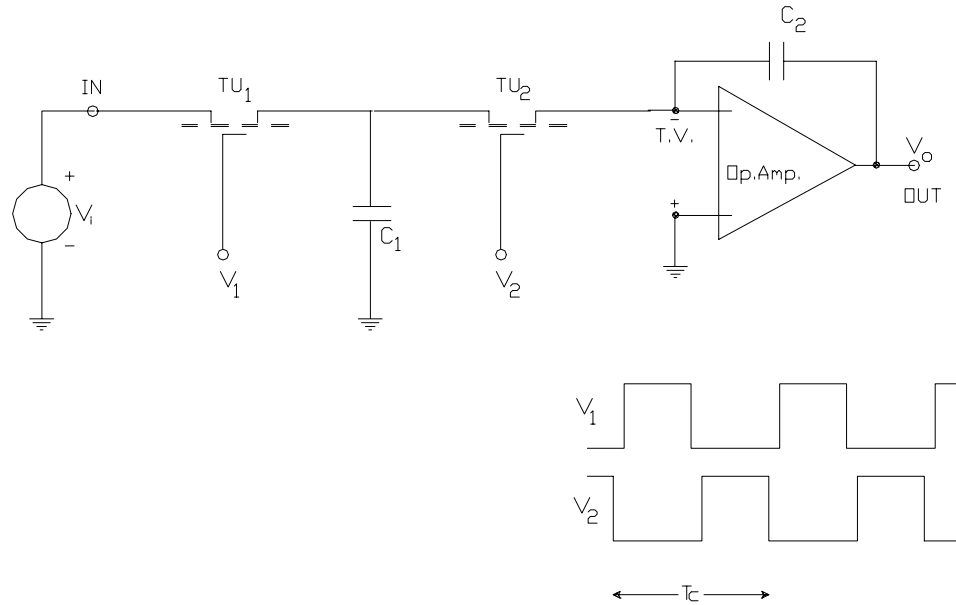


Figura XV.43.

Durante el semiperíodo en que la señal  $v_1$  se encuentra en alto, el MOSFET  $TU_1$  posee su canal bloqueado en tanto que  $TU_2$  se encuentra cortado. Durante ese lapso la fuente de excitación de entrada se ve cargada con el condensador  $C_2$  que por consecuencia se carga. La interpretación de esta fase del funcionamiento la llevamos a cabo en el circuito equivalente de la figura XV.44.a.

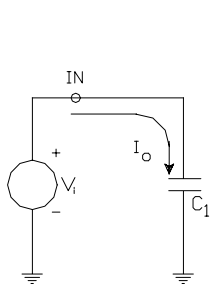


Figura XV.44.a.

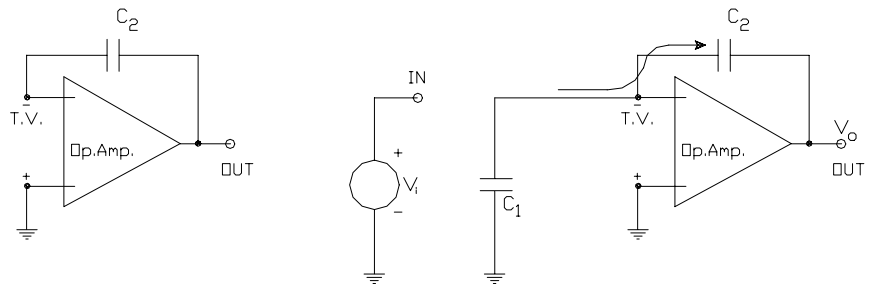


Figura XV.44.b.

En cambio durante el semiperíodo en que  $v_2$  se encuentra en alto mientras  $TU_1$  se encuentra cortado ahora el  $TU_2$  es el que pasa a saturar por lo que el condensador  $C_1$  comienza a descargarse y dada las características ideales en cuanto al Op.Amp. lo hace a través de  $C_2$  que por consecuencia se va cargando. El circuito equivalente de la figura XV.44.b. representa dicha forma operativa.

De acuerdo a la anterior descripción se puede aceptar que durante cada período de reloj ( $T_c$ ) de las señales que controlan los MOSFET, se extrae una cierta cantidad de carga ( $C_1 \cdot v_i$ ) de la fuente de excitación de entrada y se alimenta al condensador integrador  $C_2$ . Entonces la corriente promedio que circula entre el nodo de entrada (In) y el terminal inversor del Op.Amp. con características de Tierra Virtual es:

$$I_o = \frac{C_1 \cdot v_i}{T_c}$$

Si  $T_c$  es lo suficientemente corto (rápida velocidad de conmutación de los MOSFET) se puede pensar que este proceso es casi continuo y consecuentemente definir una resistencia equivalente que en efecto esta presente entre los nodos In y TV:

$$R_{eq} = \frac{v_i}{I_o} = \frac{T_c}{C_i}$$

resistencia esta que en conjunto con  $C_2$  y el OpAmp. conforman el bloque circuito operacional integrador básico que entonces puede reemplazar a tales circuitos que conforman los circuitos de filtro de segundo orden basados en la conexión en cascada de dos integradores y que ya hemos analizado

En la figura XV.45., por ejemplo pueden compararse los esquemas correspondientes a un filtro bicuadrado RC activo de dos integradores en cascada y su equivalente de condensador conmutado:

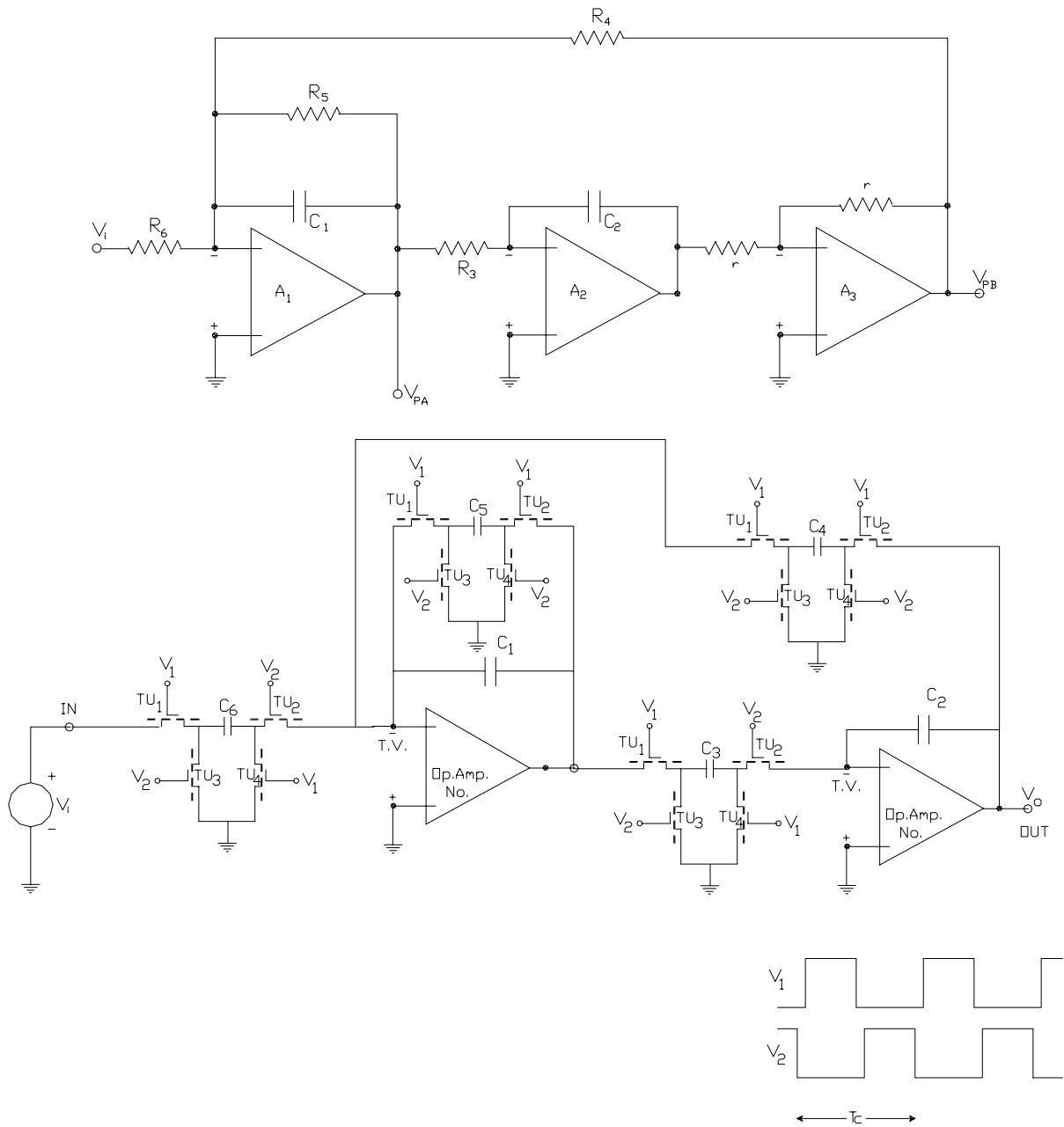


Figura XV.45.

